

## **ALLEGATO 1**

### **Descrizione del modello numerico**

### **MIKE 11 – HD del Danish Hydraulic Institute (DHI) Water & Environment**

#### **1 PREMESSA**

Di seguito si descrive il software utilizzato per la modellazione idraulica nello studio effettuato per il bacino dell'Aspio.

Dopo aver introdotto le equazioni sulle quali si basa il modello, è descritto l'approccio relativo alla presenza di strutture in alveo; vengono infine illustrati le varie tipologie di condizioni iniziali e al contorno disponibili per la modellazione e la definizione dei passi spaziali e temporali di calcolo.

#### **2 INTRODUZIONE**

Il programma MIKE 11 è stato realizzato dal DHI (Danish Hydraulic Institute) a partire dal programma SYSTEM 11 che dal 1972, anno della sua messa a punto, ad oggi, è stato usato in numerose di applicazioni in tutto il mondo con ottimi risultati e riconoscimenti (FEMA - Federal Emergency Management Agency –USA lo consiglia da marzo 2008 come software adatto alla modellazione idraulica).

MIKE 11 è un programma generale per la simulazione del flusso idrico a pelo libero in estuari, fiumi, sistemi di irrigazione e simili corpi idrici. MIKE 11 simula il flusso monodimensionale, stazionario e non, di fluidi verticalmente omogenei in qualsiasi sistema di canali o aste fluviali. E' possibile tenere conto di:

- portate laterali;
- condizioni di corrente veloce o lenta;
- flusso libero o rigurgitato in corrispondenza di sfioratori;
- differenti regole operative di funzionamento di serbatoi o invasi;
- resistenze localizzate e perdite di carico concentrate;
- casse d'espansione;
- condizioni di flusso bidimensionale sulle pianure alluvionali;
- azione del vento;
- nodi idraulici (biforcazioni e convergenti).

L'adozione del programma di simulazione DHI-MIKE 11, consente la soluzione del problema idrodinamico di moto vario con uno schema di soluzione numerica molto efficiente che limita i tempi di calcolo consentendo una adeguata rappresentazione dell'evolversi temporale dei transitori idraulici legati al passaggio dell'onda di piena.

### **3 DESCRIZIONE DELLE CONDIZIONI DI MOTO SIMULATE**

Il modello consente di attivare tre diverse descrizioni del moto, mediante tre differenti formulazioni matematiche:

Approccio dell'"onda cinematica". Le condizioni di moto sono calcolate imponendo il bilancio tra le forze di gravità e di attrito. Questa semplificazione non permette di simulare gli effetti di rigurgito.

Approccio dell'"onda diffusiva". Oltre alle forze di gravità ed attrito viene tenuto conto del gradiente idrostatico in modo tale da poter valutare anche gli effetti a monte delle condizioni al contorno di valle, cioè simulare i fenomeni di rigurgito.

Approccio dell'"onda dinamica". Utilizzando le equazioni complete del moto, comprese le forze di accelerazione, è possibile simulare con questa formulazione transitori veloci, flussi di marea ecc.

In funzione del tipo di problema da risolvere è possibile scegliere la descrizione del moto più appropriata. Ognuna delle tre formulazioni consente di simulare sia sistemi idrici ramificati che reti idrauliche con maglie chiuse.

#### 4 EQUAZIONI GENERALI DI DE SAINT VENANT

MIKE 11 mediante il terzo tipo di formulazione risolve le equazioni di conservazione del volume e della quantità di moto (equazioni di De Saint Venant) che sono derivate sulla base delle seguenti assunzioni:

- a) il fluido (acqua) è incomprimibile ed omogeneo, cioè senza significativa variazione di densità.
- b) la pendenza del fondo è piccola.
- c) le lunghezze d'onda sono grandi se paragonate all'altezza d'acqua, in modo da poter considerare la direzione della corrente parallela al fondo in ogni punto: è cioè trascurabile la componente verticale dell'accelerazione e su ogni sezione trasversale alla corrente si può assumere una variazione idrostatica della pressione.

Integrando le equazioni di conservazione della massa e della quantità di moto si ottiene:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

ed introducendo la resistenza idraulica (attrito) e le portate laterali addotte:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{gQ|Q|}{C^2AR} = 0$$

dove:

A = area della sezione bagnata ( $m^2$ );

C = coefficiente di attrito di Chezy ( $m^{1/2} s^{-1}$ );

g = accelerazione di gravità ( $m s^{-2}$ );

h = altezza del pelo libero rispetto ad un livello di riferimento orizzontale (m);

Q = portata ( $m^3/s$ );

R = raggio idraulico (m);

$\alpha$  = coefficiente di distribuzione della quantità di moto;

q = portata laterale addotta ( $m^2 s^{-1}$ ).

## **5 SIMULAZIONE DELLE CORRENTI VELOCI CON L'APPROCCIO DELL'ONDA DINAMICA**

Per le correnti veloci viene applicata una equazione "ridotta" del moto, ottenuta trascurando il termine non lineare:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{gQ|Q|}{C^2AR} = 0$$

La descrizione del moto è tanto più accurata quanto meno rapidamente variabile è la velocità della corrente.

Il vantaggio di questa schematizzazione è rappresentato dal fatto che è possibile ottenere una soluzione stabile con la stessa metodologia usata per le correnti lente. Nella transizione tra corrente lenta e veloce viene applicata una riduzione graduale del termine non lineare.

## 6 APPROSSIMAZIONE DELL'ONDA DIFFUSIVA

L'approssimazione dell'"onda diffusiva" consiste nel trascurare tutti i termini legati alla quantità di moto nelle equazioni generali di De Saint Venant:

$$gA \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{gQ^2}{C^2AR} = 0$$

Questa formulazione assicura ancora la descrizione dell'effetto di rigurgito attraverso il termine  $\partial h / \partial x$ . Per ragioni di stabilità questo termine nella soluzione viene smorzato; ciò significa che vengono risolti soltanto fenomeni di rigurgito relativamente stazionari (confrontati con lo step di tempo utilizzato).

## 7 DESCRIZIONE IN CORRISPONDENZA DI STRUTTURE

Dal punto di vista matematico la descrizione della corrente attraverso stramazzi o soglie e sezioni trasversali strette è abbastanza simile. In MIKE 11 la descrizione di ogni struttura viene effettuata in un segmento di corso d'acqua.

### **Tipi di strutture simulate**

#### Tipo 1. Stramazzo a larga soglia

Il programma automaticamente determina le caratteristiche di funzionamento standard dello stramazzo sulla base della geometria e dei coefficienti di perdita di carico specificati dall'utente. Viene assunta una distribuzione idrostatica delle pressioni sulla soglia e vengono utilizzati diversi algoritmi per la simulazione del deflusso libero e di quello rigurgitato.

#### Tipo 2. Relazione Q-h

Nel caso in cui le condizioni standard di funzionamento (tipo 1) dello stramazzo non risultino adeguate (ad esempio quando è evidente una significativa curvatura delle linee di corrente) è possibile specificare le relazioni Q-h (portate-livelli) valide per la data struttura. La relazione Q-h viene utilizzata per il deflusso libero in

condizioni critiche, mentre per il deflusso rigurgitato (o sommerso) vengono utilizzati gli stessi algoritmi della struttura "tipo 1".

### Tipo 3. Tombino

Un tombino può essere descritto mediante diversi algoritmi validi per condizioni di deflusso critico, rigurgitato o a "tubo pieno". Il funzionamento a "tubo pieno" è a sua volta suddiviso in deflusso libero a valle, flusso rigurgitato e flusso sommerso. Deve essere inserita una relazione Q-h che contempli tutti i casi di deflusso critico allo sbocco del tombino. La portata critica è determinata da una formulazione di stramazzone a larga soglia quando l'imbocco è libero e da una formulazione di luce sotto battente quando l'imbocco è sommerso.

### Tipo 4. Relazione Q-t

E' possibile inserire una qualsiasi relazione Q-t esterna per descrivere ad esempio il deflusso da una diga o un pompaggio. Questa relazione sostituisce localmente l'equazione di conservazione della quantità di moto.

### Tipo 5. Relazione $Q = A(Z_{j1}) \cdot Z_{j2}$

Il deflusso nell'ambito di una struttura può essere posto in relazione, in modo dinamico, a due qualsiasi variabili indipendenti del sistema consentendo di simulare regole operative particolari. Il deflusso da un invaso può per esempio essere correlato alla portata in ingresso e al livello nell'invaso (o al livello a valle di esso).

### Tipo 6. Strutture mobili

E' possibile simulare la presenza di strutture mobili con condizioni di deflusso di tipo sfioro o luce sotto battente. Viene assegnata la geometria fissa della struttura (larghezza, quota del fondo per sistemi a sfioro tipo ventola, quota del livello massimo della paratoia per sistemi con luce sotto battente) ed una regola operativa che determina la quota della parte mobile della struttura in funzione di una delle seguenti condizioni idrodinamiche calcolate dal modello: un livello, una differenza di livelli, una portata, una differenza di portate, il tempo. Il modulo

simula dinamicamente la variazione della geometria della struttura ed il flusso che ne consegue.

## 8 RESISTENZA D'ATTRITO

MIKE 11 consente di utilizzare due diverse formulazioni della resistenza d'attrito: l'espressione di Chezy e quella di Strickler.

Secondo la formula di Chezy, nell'equazione del moto il termine di resistenza risulta pari a:

$$\tau_r = \frac{g Q Q}{C^2 A R}$$

dove C è il coefficiente di attrito di Chezy.

Secondo la formula di Strickler, lo stesso termine diventa:

$$\tau_r = \frac{g Q Q}{M^2 A R^{4/3}}$$

dove M è il coefficiente di Strickler, pari a  $1/n$ , essendo n il coefficiente di Manning.

## 9 CONDIZIONI INIZIALI

Le condizioni iniziali possono essere specificate dall'utente oppure essere calcolate automaticamente. Nel secondo caso viene usata la formula di Chezy per determinare i livelli idrici e le portate da considerare all'inizio della simulazione su tutta la rete o schema idraulico. In alternativa a queste due opzioni è possibile anche assumere come condizioni iniziali i risultati di una precedente simulazione effettuata sullo stesso schema idraulico.

## **10 METODO DI SOLUZIONE**

La soluzione del sistema di equazioni è indipendente dall'approccio modellistico seguito (cinematico, diffusivo, dinamico). Le equazioni generali di De Saint Venant sono trasformate in un sistema di equazioni implicite alle differenze finite secondo una griglia di calcolo con punti  $Q$  e  $h$  alternati tra loro, nei quali la portata  $Q$  e il livello idrico  $h$ , rispettivamente, sono determinati ad ogni passo temporale (schema di Abbott a 6 punti).

La griglia di calcolo viene generata dal modello in base alle richieste dell'utente:

- i punti  $Q$  sono posizionati sempre a metà tra due punti  $h$  vicini;
- la distanza tra due punti  $h$  può essere variabile;
- ad ogni sezione trasversale d'alveo viene assegnato un punto  $h$ ;
- ad ogni struttura viene assegnato un punto  $Q$ .

## **11 CONDIZIONI AL CONTORNO**

In MIKE 11 le condizioni al contorno sono distinte in esterne ed interne. Le condizioni al contorno interne sono: legami tra punti nodali, strutture, portate interne, attrito indotto dal vento. Le condizioni al contorno esterne sono: valori costanti di  $h$  e  $Q$ , valori di  $h$  e  $Q$  variabili nel tempo, relazioni tra  $h$  e  $Q$  (ad es. scala di deflusso per una sezione d'alveo).



## 12 DEFINIZIONE DEI PASSI DI CALCOLO

La scelta ottimale dei passi di calcolo Dx (spazio) e Dt (tempo) da utilizzare nell'ambito di una simulazione è molto importante perché questi parametri possono condizionare pesantemente la stabilità del calcolo numerico e quindi i risultati stessi della simulazione.

Esistono due differenti criteri per determinare correttamente i passi di calcolo Dx e Dt. Essi sono descritti nel seguito.

### 1) Criterio di Courant

$$Cr = \frac{\sqrt{g \cdot d + V}}{Dx} \cdot Dt$$

dove:

Cr = numero di Courant;

d = altezza d'acqua media;

V = velocità media della corrente;

g = accelerazione di gravità;

Dt, Dx = passi di calcolo.

Il numero di Courant esprime quanti Dx vengono percorsi da un'onda, causata da una piccola perturbazione, che si muove in un intervallo di tempo Dt unitario.

Per correnti lente ( $Fr < 1$ ), il valore massimo del numero di Courant deve essere inferiore a 20.

### 2) Criterio della velocità.

Il criterio della velocità stabilisce che i passi Dx e Dt di calcolo siano definiti in modo tale che la corrente si muova di uno spazio Dx in un tempo maggiore di Dt, e cioè:

$$V \cdot Dt < Dx$$

dove  $V$  è velocità media della corrente.

In definitiva entrambi i criteri esprimono il concetto che, per un dato passo di tempo  $\Delta t$ ,  $\Delta x$  deve essere maggiore di un valore definito; contemporaneamente sia  $\Delta t$  sia  $\Delta x$  devono essere inferiori a valori prestabiliti, in modo da descrivere correttamente il fenomeno in esame.

Il modello DHI-MIKE 11 genera automaticamente una griglia di calcolo sulla quale i nodi che rappresentano le altezze d'acqua sono localizzati in corrispondenza delle sezioni trasversali di rilievo. Nel caso in cui la distanza tra due sezioni sia maggiore di  $\Delta x$ , vengono inseriti ulteriori nodi intermedi di calcolo, distanti fra loro  $\Delta x$  o meno.

In osservanza ai sopracitati criteri è possibile definire unicamente intervalli di valori per  $\Delta x$  e  $\Delta t$  e non valori univoci per ogni simulazione.