



REGIONE MARCHE  
SERVIZIO LAVORI PUBBLICI  
UFFICIO PROGETTI



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ANCONA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
ISTITUTO DI IDRAULICA

# **STUDI, INDAGINI, MODELLI MATEMATICI FINALIZZATI ALLA REDAZIONE DEL PIANO DI DIFESA DELLA COSTA**

# **E**

## **MODELLAZIONE DEL TRASPORTO SOLIDO TRASVERSALE**

Regione Marche  
Il Dirigente Servizio LL.PP.  
Dott. Ing. Libero Principi

Il Coordinatore  
Prof. Ing. Alessandro Mancinelli

## INDICE

1) <u>TRASPORTO TRASVERSALE E PREVISORI GLOBALI</u> .....	E.1
2) <u>MODELLI MATEMATICI PER LO STUDIO DEL TRASPORTO TRASVERSALE</u> .....	E.3
3) <u>MODELLO MATEMATICO DI J.A. BATTJES E J.P.F.M. JANSSEN (1978) PER LA DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE ONDOSE NELLA ZONA DEI FRANGENTI</u> .....	E.15
4) <u>MODELLO MATEMATICO DI DALLY PER LA DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE ONDOSE NELLA ZONA DEI FRANGENTI</u> .....	E.18
5) <u>MODELLO DI J.N. VAN DER MEER</u> .....	E.18
BIBLIOGRAFIA .....	E.22

## 1) TRASPORTO TRASVERSALE E PREVISORI GLOBALI

Le modifiche che il profilo trasversale di una spiaggia subisce ed i fattori fisici che regolano il fenomeno sono stati oggetto di numerose indagini sperimentali di campo e di laboratorio. L'interazione del moto ondoso con i bassi fondali ha come risultato macroscopico il trasporto dei sedimenti e quindi l'evoluzione continua sia del fondo sia della spiaggia emersa invasa dalle acque. In condizione di trasporto longitudinale costante o nullo, le sperimentazioni hanno dimostrato l'esistenza di due tipi fondamentali di profili di spiaggia chiamati "*invernale*" o profilo a barre ed "*estivo*" o profilo a berma. Essi rappresentano il meccanismo tipico di spostamento delle sabbie verso la barra o le barre sommerse durante le mareggiate invernali caratterizzate da valori elevati di ripidità delle onde  $H_o/L_o$  ed al contrario il meccanismo di ripristino della spiaggia emersa, con smantellamento totale o parziale delle barre nel ciclo estivo, caratterizzato da onde con bassa ripidità. La ripidità  $S$  ( $d=H_o/L_o$  con  $H_o$  altezza significativa al largo ed  $L_o$  lunghezza associata all'onda significativa al largo) è stato il primo parametro utilizzato da Johnson nel 1952 per classificare i profili delle spiagge.

Le numerose ricerche effettuate in canaletta per onde hanno evidenziato l'importanza di altri fattori nella classificazione dei profili. Tra questi la velocità di caduta dei sedimenti ed il  $d_{50}$  che caratterizzano la granulometria del fondo, la pendenza iniziale del profilo necessaria per tenere conto dell'influenza della gravità nell'evolversi dei profili.

In particolare la velocità di caduta dei sedimenti,  $w$ , è stata introdotta da Dean (1973) per evidenziare che la durata del movimento in sospensione delle sabbie durante un ciclo d'onda influenza le forme del profilo. Se il periodo di caduta delle sabbie è piccolo in confronto al periodo delle onde, il movimento dei sedimenti è principalmente diretto verso riva e la spiaggia è in ripascimento. Al contrario, se il tempo di caduta è lungo, le sabbie vengono prevalentemente trasportate verso il largo.

Hattori (1980) e Yang (1981) hanno suggerito di utilizzare un parametro  $H_o/g^{1/2} T \tan\beta$  con  $g$  accelerazione di gravità,  $T$  periodo dell'onda e  $\tan\beta$  pendenza iniziale del fondo.

Per quanto riguarda le spiagge ghiaiose, un criterio basato su una serie estensiva di dati sperimentali è stato determinato da Van Hijum (1974/1976), per ghiaie con  $d_{50}=1,8\div 16,5$  mm, con l'introduzione del parametro  $d_1$  che tiene conto degli effetti di scala.

Un sommario dei criteri che vengono utilizzati nella classificazione delle spiagge è di seguito riportato dove  $d$  è la profondità ed  $H_b$  l'altezza d'onda al frangimento, gli altri simboli sono stati precedentemente definiti.

Sabbia	Parametro	Erosione
Johnson 1952	$\frac{H_0}{L_0}$	$\frac{H_0}{L_0} > 0,025 \div 0,030$
Dean 1973	$\frac{H_0}{L_0}, \frac{pw}{gT}$	$\frac{H_0}{L_0} > 1,7 \frac{pw}{gT}$
Sunamura HoriKawa 1974	$\frac{H_0}{L_0}, \tan \mathbf{b}, \frac{d}{L_0}$	$\frac{H_0}{L_0}, c(\tan \mathbf{b})^{-0,27}, \left(\frac{d}{L_0}\right)^{0,67}$ $c \sim 4-8$ in laboratorio $c @ 18$ in campo
Wang-Yang 1980	$\frac{H_b}{g^{1/2} \tan \mathbf{b}}$	$\frac{H_b}{g^{1/2} \tan \mathbf{b}} > 0,5 \div 0,6$
Dalrymple 1991	$P = gH_0^2/w^3T$	$P < 22900$

Ghiaia	Parametro	Erosione
Van Hijum 1974/1976	$\frac{H_0}{L_0}, \frac{d_{90}}{H_0}$	$\frac{H_0}{L_0} > 2,5 \mathbf{d}_1 d_{90} / H_0$ $\mathbf{d}_1 = \sqrt{d_{90}/6} \quad d_{90} < 6mm$ $\mathbf{d}_1 = 1 \quad d_{90} > 6mm$
Gourlay 1980	$\frac{H_0}{wT}$	$\frac{H_0}{wT} > 1,4 - 1,5$

Kraus et al. (1991) dimostrano che il parametro  $P$  proposto da Dalrymple per profili di laboratorio può essere esteso anche a situazioni reali se l'altezza  $H_0$  viene sostituita con l'altezza significativa al largo,  $H_{0s}$ , e  $T$  con il periodo di picco dello spettro, si ha:

$$P_s = \left( \frac{gH_{0s}}{w^2} \right) \left( \frac{gH_{0s}}{wT} \right) = 26500$$

Per valori inferiori si ha erosione e per valori maggiori si ha accrescimento.

Questo approccio che può essere definito qualitativo o globale, ha possibilità di applicazione nello studio dei litorali nella fase preliminare di indagine quando è necessario effettuare indagini a grande scala spaziale.

Restano comunque le difficoltà ad applicare risultati di laboratorio a casi reali poiché le granulometrie del fondo non sono uniformi, è difficile definire la pendenza iniziale della spiaggia e le caratteristiche del moto ondoso al largo da utilizzare.

Dalla fine degli anni '70 la ricerca si è prevalentemente indirizzata nella costruzione di modelli matematici con lo scopo di simulare l'idrodinamica nei bassi fondali.

## 2) MODELLI MATEMATICI PER LO STUDIO DEL TRASPORTO TRASVERSALE

L'erosione di una spiaggia sottile può avvenire per condizioni idrauliche (idrodinamiche) medie oppure per condizioni estreme (mareggiate intense). Gli effetti prodotti possono essere analoghi, le scale temporali in cui si verificano sono differenti: le condizioni medie influiscono generalmente in tempi lunghi (stagione, anno) mentre gli eventi estremi si sviluppano in durate di ore o giorni.

Le condizioni di erosione nel lungo periodo sono essenzialmente dovute ad un gradiente positivo della portata solida longitudinale che produce poi uno spostamento del profilo trasversale.

Il processo di erosione nel lungo periodo è di solito irreversibile.

Le condizioni estreme, meno frequenti, producono un forte trasporto trasversale con modifica del profilo. Queste condizioni possono essere sia reversibili, quando le condizioni medie riescono a ripristinare il profilo precedente l'evento, (passaggio da un profilo di tipo "invernale" a quello di tipo "estivo") oppure possono produrre effetti irreversibili se il processo erosivo è già in corso.

I modelli matematici si suddividono generalmente in rapporto alle scale spaziali e temporali a cui sono applicabili, nel campo della difesa della costa la scala spaziale di interesse è la surf zone mentre per quella temporale si va dalla durata della mareggiata all'evoluzione stagionale.

Le prime ricerche effettuate per definire le caratteristiche del trasporto trasversale si focalizzarono sulla definizione di un profilo di equilibrio.

Con condizioni di livello medio mare e onde costanti il profilo trasversale di una spiaggia sabbiosa tende ad una condizione di equilibrio in cui si annulla il trasporto solido trasversale. Nella schematizzazione del profilo di equilibrio le barre e le berme vengono considerate perturbazioni trascurabili, la corrente longitudinale, come già detto, è nulla o costante.

Dean (1977) ritiene il profilo di equilibrio associato all'energia uniformemente dissipata, per unità di volume nella surf zone. Utilizzando la teoria lineare per le onde ottiene un profilo in cui le profondità  $h$  sono date dalla seguente relazione:

$$h = A x^{2/3} \quad A = \left( \frac{24De}{59g^{3/2}\gamma^2} \right)^{2/3} \quad [A] = L^{1/3}$$

$x$  è la distanza misurata dalla linea di battigia ed  $A$  un parametro che dipende dall'energia dissipata dalle onde,  $De$ ,  $g$  è l'accelerazione di gravità e  $\gamma$  il fattore che definisce il frangimento delle onde in acque basse.

Hanson e Kraus (1989) propongono un'espressione di  $A$  basata sul diametro mediano dei sedimenti del fondo,  $d_{50}$ :

$$\begin{aligned} A &= 0,41(d_{50})^{0,94} & d_{50} < 0,4 \\ A &= 0,23(d_{50})^{0,32} & 0,4 \leq d_{50} < 10,0 \\ A &= 0,23(d_{50})^{0,28} & 10,0 \leq d_{50} < 40,0 \\ A &= 0,46(d_{50})^{0,11} & d_{50} \leq 40,0 \end{aligned}$$

Kriebel, Kraus e Larson (1991) forniscono invece un'espressione di  $A$  basata sulla velocità di caduta dei sedimenti:

$$A = 2,25 \left( \frac{w^2}{g} \right)^{1/3}$$

Nell'applicazione a casi reali, oltre ad alcune incongruenze di tipo matematico facilmente evitabili, rimangono notevoli incertezze derivanti dalla scelta delle condizioni di moto ondoso e dai diametri da utilizzare nel calcolo del profilo di equilibrio. La selezione granulometrica naturale fa sì che i diametri dei sedimenti nella spiaggia sommersa diminuiscono gradatamente verso il largo e le condizioni di moto ondoso non sono costanti. Il profilo di equilibrio può quindi essere utilizzato come raffronto con i rilievi attuali per testare lo stato di salute della spiaggia o nella progettazione dei ripascimenti effettuati con materiale sabbioso, nell'ipotesi che la tendenza evolutiva sia di lungo periodo così da poter ritenere le condizioni ondose medie costanti.

I modelli che studiano il trasporto dei sedimenti perpendicolarmente alla linea di riva debbono essere in grado di riprodurre il meccanismo di formazione delle barre longitudinali. La formazione delle barre è di solito legata al frangimento delle onde o alla presenza di onde stazionarie o di tipo infragravitativo.

I modelli più accreditati sono sostanzialmente legati al frangimento delle onde, il ruolo delle onde stazionarie non è completamente chiarito ed il loro studio è di interesse, per ora, essenzialmente scientifico.

Al frangimento delle onde in acque basse è associata una conversione di energia precedentemente organizzata in treni d'onda in turbolenza e calore.

Dopo il frangimento iniziale sia di tipo spilling che di tipo plunging le onde si trasformano in onde periodiche regolari (*bore*) in cui il meccanismo di dissipazione di energia può essere studiato in analogia con il risalto idraulico. La zona di inizio del frangimento viene detta la "outer zone" in cui prevalgono i moti a grande scala che rimangono simili nelle onde regolari ma

cambiano da onda a onda in quelle reali. L'ampiezza di questa zona è ritenuta proporzionale alla profondità di frangimento e quindi trascurabile in fondali con pendenze molto dolci.

La seconda zona viene chiamata "inner zone" e le onde di tipo "bore" che vi si formano sono indipendenti dal tipo di frangente iniziale. La turbolenza sviluppata sulla superficie del frangente si diffonde nella massa d'acqua prevalendo su quella generata nello strato limite di fondo.

L'inner zone termina dove inizia la zona di run up. L'inner zone scompare quando le onde frangono in prossimità della riva e quindi è strettamente legata alla pendenza dei fondali.

Per costruire un affidabile modello del trasporto trasversale è quindi indispensabile fornire la variazione di  $H$  con la profondità.

Nei modelli bidimensionali, una volta calcolato  $H=H(h)$ , l'equazione di continuità dei sedimenti integrata sulla verticale è in grado di fornire l'andamento del fondo una volta che sia noto il flusso solido che si muove lungo il profilo o verso riva o verso il largo.

L'equazione di continuità dei sedimenti e la portata solida si scrivono:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \lambda \frac{\partial Q_x}{\partial x} = 0$$

$$Q_x(t) = \int_{-h}^{\bar{?}} \frac{\lambda}{nT} \int_0^{nT} C(x, z, t) u(x, z, t) dt dz$$

$h$  è la profondità,  $\lambda$  è un fattore di correzione volumetrico per i sedimenti,  $0-nT$  è un intervallo di tempo con  $T$  periodo dell'onda e  $n$  intero da stabilire, la portata è calcolata con  $h=cost$ ,  $c$  è la concentrazione dei sedimenti,  $u$  la velocità orizzontale dovuta alle onde ed alle correnti,  $\bar{?}$  è il livello di setup.

Il trasporto dei sedimenti è di solito suddiviso in sospensione ed al fondo anche se in spiagge sottili poco pendenti è ritenuto prevalente quello in sospensione.

La semplicità delle equazioni del modello sono in realtà solo apparenti tanto che i ricercatori che si sono occupati del fenomeno lo hanno fatto quasi sempre esaminando i singoli aspetti separatamente.

Il campo idrodinamico  $u(z, t)$  ad esempio è la risultante del moto oscillatorio delle onde e delle correnti che ad esso si sovrappongono in presenza di turbolenza generata dai frangenti. Molto importante per la comprensione del fenomeno è definire il flusso di ritorno medio (undertow) diretto verso il largo, confinato sotto il cavo dell'onda, e responsabile del trasporto dei sedimenti verso la barra sommersa.

L'undertow compensa il flusso di massa diretto verso riva sopra il livello medio mare ed è indotto da uno squilibrio verticale tra il flusso di quantità di moto delle onde e la distribuzione verticale delle pressioni.

L'equilibrio è raggiunto con l'introduzione della distribuzione verticale della velocità del flusso di ritorno, a cui è associato infatti uno sforzo tangenziale  $\tau_b$  come descritto nell'eq.(Svendsen e al., '87)

$$\frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \rho g (h + \bar{h}) \frac{\partial h}{\partial x} - \tau_b = 0$$

I primi approcci qualitativi al problema sono stati sviluppati da Dyhr-Nielsen (1970) e Longuet-Higgins (1983). Successivamente molti ricercatori si sono interessati allo studio dell'undertow e della sua distribuzione verticale (Svendsen, '84; Dally e Dean, '84; Stive e Wind, '86; Deigaard e al., '91).

L'equazione alla base dei modelli idrodinamici per la determinazione della distribuzione verticale della velocità dell'undertow si ottengono tramite una doppia operazione di media, prima d'insieme (ensemble average) e poi sul periodo T, delle equazioni di Stokes Navier e cioè

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \mathbf{n}_t \frac{\partial U}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} (\langle u_w^2 \rangle - \langle w_w^2 \rangle) + g \frac{\partial b}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} (\langle u_w w_w \rangle)$$

Molti dei modelli che si determinano la distribuzione verticale  $U(z)$  dell'undertow si differenziano per la distribuzione verticale delle velocità, per il modello della turbolenza utilizzato e per le condizioni al contorno assunte. La prima condizione al contorno, usata in generale da tutti i modelli, è quella della conservazione locale (cioè nella sezione trasversale) della massa lungo la verticale. La seconda condizione al contorno è di solito la tensione tangenziale alla quota del cavo (Stive e Wind, '86) o la condizione di non scivolamento sul fondo (Svendsen, '84).

Il flusso di massa in direzione on-shore indotto dalle onde nella regione compresa tra cresta e cavo è di notevole importanza per la determinazione del flusso undertow (come detto poc'anzi costituisce una delle condizioni al contorno) e lo si può determinare, in maniera più completa, sommando il contributo al trasporto di massa dovuto alla teoria irrotazionale delle onde (stokes drift) (Svendsen, '84) al contributo dei rollers surface. In questo studio si possono introdurre diverse teorie connesse al moto ondoso, dalla teoria lineare in acque basse (Masselink e Black, '95), la teoria della stream function (Dean, '74) in Dally e Brown ('95) alle onde random e conseguente valore medio della distribuzione dell'altezza d'onda (Faria e al., 2000).

Altro elemento di non trascurabile importanza è la distribuzione della viscosità turbolenta  $\nu_t$ ; in diversi studi (Svendsen, '84; Faria e al., 2000) si è potuto concludere che una distribuzione più vicina alla realtà per  $\nu_t$  (per esempio esponenziale, come in Svendsen) non migliora il profilo



verticale dell'undertow (cioè non riduce gli scarti tra i profili calcolati tramite i modelli e i profili misurati).

Seguendo la teoria di Stive e De Vriend ('87) l'altezza d'acqua in una sezione trasversale può essere divisa in tre strati: uno strato superficiale, compreso tra la cresta e il cavo dell'onda; uno strato di fondo, il cui spessore è confrontabile con quello dello spessore dello strato oscillatorio determinato dal moto ondoso, e uno strato medio, la restante parte. Da un punto di vista qualitativo lo strato superficiale è caratterizzato da flusso di massa in direzione on-shore.

Quanto visto fin qui (le condizioni al contorno, la determinazione della  $v_t$  cioè della distribuzione verticale della viscosità turbolenta, la determinazione degli spessori dei diversi strati.....) può essere notevolmente semplificato prescindendo dalla determinazione della distribuzione verticale della velocità del flusso di ritorno. Il modello globale di Masselink e Black ('95) determina il valore della velocità del flusso di ritorno, mediato sulla profondità, partendo dalla considerazione che tra cresta e cavo c'è trasporto di massa in direzione on-shore e al di sotto del cavo dell'onda si viene a creare uno strato, che è quello del flusso di ritorno, con trasporto di massa in direzione off-shore.

Per la periodicità dell'onda andando a considerare il trasporto netto di massa in un periodo questo dovrà essere zero; perciò tanta massa passa tra cavo e cresta in direzione on-shore (il cosiddetto Stokes drift) e tanta ne passa al di sotto del cavo (undertow). In relazione a queste considerazioni, considerando la teoria delle onde lineari (metodo lineare) lo Stokes Drift si può determinare come (Dally e Dean, 1986)

$$Q_s = \frac{1}{8} \sqrt{\frac{g}{h}} H^2$$

con  $h=D$ =profondità media. Stabilendo poi che lo spessore dello strato del flusso di ritorno al fondo è pari a

$$d = h - \frac{H}{2}$$

Si determina la velocità media del flusso di ritorno come

$$\bar{U} = \frac{Q_s}{d} = \frac{\frac{1}{8} \sqrt{\frac{g}{h}} H^2}{h - \frac{H}{2}}$$

dove  $\bar{U}$  è la velocità media, nel senso di mediata sulla profondità.

Il modello di Masselink e Blank da un'altra formulazione per la  $\bar{U}$  (metodo di Svendsen) in cui si prende in considerazione, per la determinazione di  $Q_s$ , non solo lo Stokes Drift ma pure il

trasporto on-shore associabile ai rollers surface. In accordo con Svendsen (1984a) il trasporto di massa on-shore è dato da

$$Q_s = \sqrt{gh} \frac{H^2}{h} \left( B + \frac{A}{H^2} \frac{h}{L} \right) \frac{d_{tr}}{h}$$

dove B è il fattore di forma dell'onda, A è l'area del roller surface di un'onda frangente (dove  $A = \alpha H^2$  con  $\alpha \approx 0.9$  secondo Svendsen, 1984b), L è la lunghezza d'onda e  $d_{tr}$  è la profondità d'acqua sotto il cavo dell'onda, che è un valore diverso dal valore calcolato  $\delta$  nel metodo lineare. Come per il metodo lineare, dividendo  $Q_s$  per  $d_{tr}$  si determina il valore medio della velocità del flusso di ritorno

$$\bar{U} = \frac{Q_s}{d_{tr}} = \sqrt{gh} \left( \frac{H}{h} \right)^2 \left( B + \frac{ah}{T\sqrt{gh}} \right)$$

sostituendo  $A = \alpha H^2$  e  $L = T(gh)^{1/2}$  (teoria onde lineari in acque basse).

Il valore dell'altezza d'onda e del setup devono essere conosciuti ad ogni profondità.

Non meno complessa si presenta la definizione del profilo di concentrazione dei sedimenti lungo la verticale.

Steetzel ha proposto una classificazione dei modelli di trasporto trasversale in base alle scale temporali e spaziali su cui questi si basano.

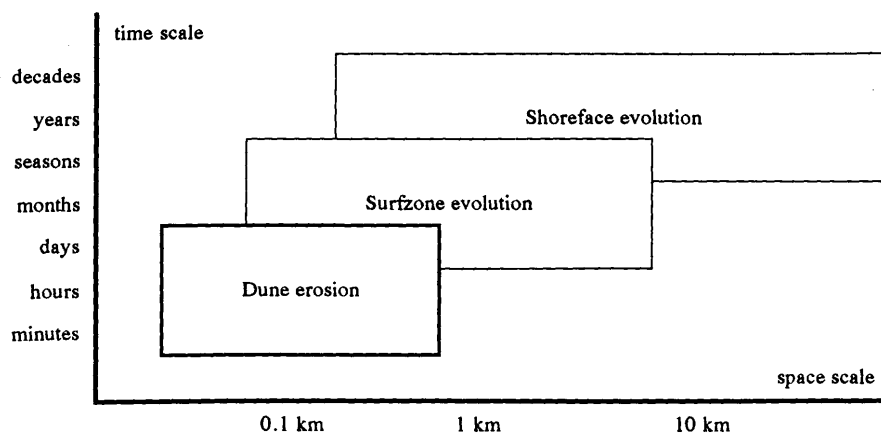


Figura 1 - Scale temporali dell'evoluzione trasversale (Stive, 1991).

Di conseguenza si possono distinguere tre tipi di processi della costa:

- evoluzione della linea di costa
- evoluzione della surf zone
- erosione della duna

Dal diagramma della figura 1 si può vedere come l'evoluzione della linea di costa si abbia per grandi scale di tempo (decine di anni) e di spazio (decine di km). L'evoluzione della surf zone si ha per scale medie di spazio e di tempo (anni). I processi di erosione della dune sono caratterizzate da scale relativamente piccole. Visto che di solito si prendono in considerazione scale temporali limitate si andranno a classificare i modelli che prendono in esame questo tipo di processi.

In relazione a scale temporali e spaziali relativamente piccole, i diversi modelli che prendono in esame l'erosione delle dune si distinguono in base al tipo d'integrazione su cui si basano:

- integrazione nel tempo
- integrazione nello spazio

Usando queste due scale d'integrazione, tre categorie principali di modelli per l'erosione delle dune possono essere distinti:

- modelli basati sull'integrazione nello spazio e nel tempo
- modelli basati sull'integrazione nello spazio e valori istantanei
- modelli basati su valori istantanei e locali

Il primo tipo di modelli può essere caratterizzato dal cosiddetto modello del profilo d'equilibrio; un esempio di questa categoria è dato dal modello Duros di Vellinga (1986).

Il secondo tipo fornisce la forma del profilo trasversale (integrazione nello spazio) durante l'evento di tempesta. Di conseguenza il termine di "modello di quasi-equilibrio" può essere usato per questa categoria di modelli d'erosione.

L'ultima categoria di modelli, in cui il trasporto locale è conosciuto ad ogni posizione, può essere usata per programmi dinamici matematici per determinare lo sviluppo del profilo durante una tempesta.

Di base, un profilo d'equilibrio può essere definito come un profilo trasversale di forma costante che si ottiene per condizioni del moto ondoso e del livello d'acqua fisse per un tempo sufficientemente lungo. Questo metodo è basato su due condizioni principali:

- durante una tempesta si sviluppa un profilo d'erosione liscio (uniforme). La forma del profilo è determinata dall'altezza delle onde in arrivo e dalla velocità di caduta del materiale di fondo, la cui elevazione è in relazione all'intensità della tempesta.
- assumendo una profondità di chiusura (profondità al di sopra della quale esiste questo profilo) e una forma specifica (per esempio pendenza uniforme) di entrambe le zone di transizione, verso terra e verso mare, la posizione orizzontale di questo profilo d'erosione è risolta usando un bilancio di massa.

L'esistenza di un profilo d'equilibrio è già stata dimostrata essere un concetto valido sotto condizioni di laboratorio pressochè costanti da Waters (1939) e Rector (1954). Comunque, visto che in natura condizioni idrauliche costanti sono inesistenti, un profilo d'equilibrio assoluto (con trasporto trasversale nullo) non può esistere. Una buona alternativa perciò si è dimostrato l'uso del profilo di "quasi-equilibrio". Alcuni esempi del profilo d'equilibrio si hanno comunque in letteratura.

- BRUUN

Bruun sviluppò un'equazione per la determinazione del profilo d'equilibrio della spiaggia dallo studio di spiagge lungo la costa del Mar Danese del Nord e lungo la costa della California e propose una legge semplice per relazionare la profondità dell'acqua  $d$  alla distanza off-shore (verso mare)  $x$ :

$$d = Ax^m$$

in cui l'esponente equivale a

$$m = \frac{2}{3}$$

La costante  $A$ , che non è adimensionale (la sua dimensione dipende da quella dell'esponente  $m$ ) è il cosiddetto fattore di forma, che dipende dalle caratteristiche di stabilità del materiale di fondo.

Bruun trovò che  $A=0.135 \text{ m}^{1/3}$  dava la migliore correlazione per la spiagge del Mare del Nord. Applicò la sua equazione empirica nel 1962 per calcolare l'erosione che si verificava nelle spiagge della Florida.

- DEAN

La semplice legge ipotizzata da Bruun fu supportata da Dean (1977) su basi teoriche avendo notato che la natura stessa è volta ad una uniforme dissipazione d'energia  $D_{eq}$  (energia persa per unità di volume,  $\text{W}/\text{m}^3$ ):

$$\frac{1}{d} \frac{d(EC_g)}{dx} = -D_{eq}$$

dove  $d$  è la profondità d'acqua.

Basandosi su onde monocromatiche e indice di frangimento costante con  $\gamma=H/d$ , si determinò che l'esponente  $m$  era proprio pari a  $2/3$  mentre la costante  $A$  (in  $\text{m}^{1/3}$ ) era data dall'espressione:

$$A = \left( \frac{24}{5} \frac{D_{eq}}{\rho g \sqrt{g} \gamma^2} \right)^{2/3}$$

in cui l'energia dissipata  $D_{eq}$  (in  $\text{W}/\text{m}^3$ ) dipende sia dal diametro delle particelle che dalla forma.

Il modulo del fattore di forma A varia tra 0.079 e 0.398 (Dean, 1977). Hughes e Chiu (1978) mostrarono che  $A=0.10 m^{1/3}$  dava la migliore correlazione per le spiagge della costa della Florida (Dean, 1982). Questo fattore empirico di forma A fu più tardi relazionato al diametro dei sedimenti da Moore (1982), che mostrò come un grano più grande implica un valore più grande di A e perciò una spiaggia più inclinata. Più recentemente Dean (1987) mostrò che questa relazione poteva essere trasformata in una relazione usando la velocità w:

$$A = 0.067w^{0.44}$$

Per applicazioni generali comunque, la costante A rimane un fattore sconosciuto che è dipendente da molte altre variabili, come il clima del moto ondoso, le variazioni del livello d'acqua e le correnti lungo costa.

- VELLINGA

Un esempio olandese di studio del profilo d'erosione è stato presentato da Vellinga (1986), che estese il lavoro precedente di Van De Graaff (1977).

L'equazione che egli derivò per la determinazione del profilo:

$$d = Ax^{0.78}$$

in cui il fattore di forma non adimensionale A equivale a 0.14. Usando la relazione di scala, che mette in evidenza la relazione tra le dimensioni dei sedimenti e il profilo d'erosione, si può trovare un'espressione generale per il fattore di forma:

$$A = 0.39w^{0.44}$$

$$A = 0.70(H_o / L_o)^{0.17} w^{0.44}$$

Il quoziente tra l'altezza d'onda significativa  $H_o$  e la lunghezza d'onda  $L_o$  (entrambe in acque profonde) equivale alla ripidità dell'onda in acque profonde. Sia un grano più grande che una ripidità maggiore implicano un valore più grande di A e perciò una spiaggia più inclinata (Vellinga, 1986).

E' da notare che questo particolare profilo d'equilibrio è definitivamente non d'equilibrio, visto che il periodo d'attacco dell'onda è limitato alla durata della tempesta, perciò l'intervallo di tempo è troppo piccolo.

I modelli di quasi equilibrio sono basati sull'ipotesi dell'esistenza di un profilo d'equilibrio (seppur locale). Questo tipo di modelli può essere usato quando il profilo trasversale è esposto a condizioni idrauliche fissate per un tempo sufficientemente lungo. Vediamo alcuni esempi di formulazione.

- SWART

Swart (1974) propose la definizione di un profilo-D di equilibrio determinato dall'altezza d'onda in acque profonde, la ripidità in acque profonde e il diametro dei sedimenti. Il trasporto off-shore in ogni posizione in questo profilo per un istante qualsiasi è proporzionale alla differenza tra il profilo d'equilibrio e la forma attuale.

- SBEACH-MODEL

Larson (1988) sviluppò il modello Sbeach che simula il cambiamento del profilo, come per esempio la formazione e il movimento di barre e berme. Basandosi su analisi estensive degli esperimenti su due canali d'onde (onde regolari) fu sviluppato un numero elevato di relazioni semi-empiriche di trasporto per diverse regioni. Una limitazione all'uso generale di questo modello è data dall'impiego di onde regolari (Larson e Kraus, 1989).

- DUIN-MODEL

Roelvink sviluppò una versione di quasi equilibrio del modello Duros di Vellinga, conosciuto come il modello Duin. La versione preliminare è stata usata per misurare l'attendibilità di dati misurati.

Anche tra le formule per il trasporto locale che danno una stima istantanea del trasporto è necessaria una distinzione in base alle diverse scale temporali e di conseguenza agli intervalli di tempo su cui si fa l'integrazione

- calcolo del trasporto integrando su un periodo d'onda (intra-wave)
- calcolo del trasporto integrando su più periodi d'onda

Il secondo tipo non è altro che un estensione della formulazione intra-wave.

Di base, il calcolo del trasporto netto locale di sedimenti  $S$  è basato sul prodotto della velocità del flusso e della concentrazione di sedimenti integrati sul tempo e sulla profondità. Questo è schematizzato dalla seguente equazione:

$$S = U * C$$

in cui  $U$  e  $C$  sono i valori caratteristici della velocità e della concentrazione dei sedimenti rispettivamente. A seconda di come si determina il modulo del termine sul lato destro dell'eq. abbiamo diverse formule; si possono quindi identificare un numero di possibili approcci:

- uso dell'equazione di base
- uso delle migliori approssimazioni di  $U$  e di  $C$
- uso delle migliori approssimazioni di  $U$  e si considera  $C$  correlata ad  $U$
- si assume  $C$  correlata alla dissipazione d'energia
- si assume  $S$  correlata alla dissipazione d'energia
- si assume  $S$  correlata alla tensione tangenziale (al fondo)

- si stima  $S$  con relazioni empiriche
- si stima solo il segno di  $S$  con relazioni empiriche

E' ovvio che l'utilizzo dell'equazione base è preferibile ma è quello che presenta più problemi. Si analizzano ora le classi precedenti, ma in ordine inverso.

#### - FORMULE DI CLASSIFICAZIONE

Relazioni empiriche sono state elaborate per predire solo la direzione del trasporto di sedimenti. Queste permettono di stabilire il passaggio tra erosione e accrescimento della spiaggia.

Le varie formule usano di solito parametri adimensionali, come la ripidità dell'onda  $H/L$  e la dimensione relativa dei sedimenti  $D/H$ . Un esempio molto conosciuto è quello presentato da Dean (1977) basato sul rapporto  $H/T_w$ .

Sono presenti anche un numero notevole di criteri giapponesi (Shibayama e Horikawa, 1982; Kajima e al., 1982; Shimuzu e al., 1985)

#### - FORMULE EMPIRICHE PER IL TRASPORTO ( $S$ )

Un esempio di queste formule empiriche per la determinazione del trasporto è dato dal modello Sbeach (Larson e Kraus, 1989).

#### - TENSIONE TANGENZIALE CORRELATA AL TRASPORTO

Questo tipo di formule sono basate su equazioni con la tensione tangenziale. Esempi sono le relazioni presentate da Madsen e Grant (1976), Shibayama e Horikawa (1980) e Watanabe (1982). Se il trasporto in sospensione è predominante (caso di tempesta), è discutibile che la tensione tangenziale sia utile per la determinazione del trasporto.

#### - DISSIPAZIONE D'ENERGIA CORRELATA AL TRASPORTO

Queste formule usano la dissipazione dell'energia dell'onda per stimare il trasporto di sedimenti. In accordo con Dean (1977), il trasporto off-shore continua finchè la dissipazione dell'energia dell'onda per unità di volume d'acqua è costante. Basandosi su queste considerazioni il trasporto locale trasversale di sedimenti nella surf-zone è espresso come differenza tra il valore attuale e il valore di dissipazione dell'energia in condizioni d'equilibrio nella surf zone (Kriebel e Dean, 1985). Di conseguenza il trasporto trasversale è espresso come

$$S = K(D - D_{eq})$$

in cui:

$S$  quantità di sedimenti trasportati (in  $m^3/m/s$ )

$K$  parametro non adimensionale (in  $m^5/W/s$ )

$D$  dissipazione attuale d'energia per unità di volume d'acqua (in  $W/m^3$ )

$D_{eq}$  dissipazione d'energia per unità di volume d'acqua per condizioni d'equilibrio (in  $W/m^3$ )

Questo modello comprende due coefficienti sconosciuti,  $A$  nella curva che descrive il profilo (o  $D_{eq}$ ) e  $K$  nella formula del trasporto. Entrambe le costanti cambiano da luogo a luogo. E' chiaro che ci devono essere delle relazioni con le caratteristiche dei sedimenti e le condizioni idrauliche.

- DISSIPAZIONE D'ENERGIA CORRELATA CON LA SOSPENSIONE

Queste formule usano la dissipazione d'energia dell'onda per determinare la quantità di sedimenti. Il trasporto è poi calcolato come il prodotto tra queste quantità e la velocità media che si determina per onde frangenti (il cosiddetto undertow). Un esempio di questo tipo d'approccio è presentato da Dally (1980). E' da notare che questo modello usa la dissipazione d'energia dovuta al frangimento per determinare la quantità di sedimenti.

- VELOCITA' CORRELATA AL TRASPORTO (APPROCCIO ENERGETICO)

Queste formule usano un approccio energetico per calcolare la concentrazione di sedimenti dalla distribuzione della velocità, partendo da una relazione per la concentrazione del tipo

$$C = M|U|^N$$

Bagnold (1962,1966) sviluppò le formule per il calcolo del trasporto dei sedimenti basate su un approccio energetico e fece una distinzione tra il trasporto al fondo e in sospensione.

Questo lavoro elementare è stato ridefinito più tardi, con l'inclusione del trasporto trasversale dovuto all'energia delle onde e fu poi utilizzata da diversi autori, per esempio Bailard e Stive (Bailard e Inman, 1981; Bailard, 1982; Stive, 1987; Roelvink e Stive, 1989; Naim, 1990).

Assumendo che la relazione tra la velocità e la concentrazione è valida in un periodo d'onda, si mettono in conto gli effetti dell'asimmetria della velocità nella determinazione del trasporto. La corrente costante che si viene a generare (undertow) muove i grani sul fondo. Il vettore di trasporto è dovuto all'azione combinata della corrente costante, del movimento orbitale delle onde e degli effetti della pendenza del fondo. Una formulazione basata su ciò è quella del modello del Delft Hydraulics di Bailard.

- USO DI VALORI STIMATI IN UN PERIODO D'ONDA (INTRA-WAVE)

In queste approssimazioni il trasporto di sedimenti è calcolato dal prodotto istantaneo delle velocità e delle concentrazioni di sedimenti (Steetzel, 1990)

In conclusione sia il profilo d'equilibrio che quello di quasi equilibrio non sono adatti a descrivere gli effetti di condizioni idrauliche arbitrarie su un profilo trasversale. Dal momento che in condizioni di onde frangenti sembra che il meccanismo di trasporto in sospensione sia dominante, la formula per il trasporto da usare nel modello matematico deve essere correlata con la dissipazione d'energia.



Lo sviluppo di un modello di evoluzione completo per lo studio delle dinamiche dei profili di spiaggia richiede la conoscenza dell'ambiente fisico in cui si opera (ad esempio la costa marchigiana suddivisa in tratti omogenei), ed un grado di affidabilità che può essere garantito solo da una meticolosa taratura.

Risulta comunque evidente, da quanto sopra esposto, come preliminarmente sia necessario disporre di un modello per il calcolo dell'altezza d'onda e del setup nella zona dei frangenti.

Di seguito viene descritto il modello di Battjes e Janssen del 1978 per la sua versatilità nei campi di applicazione, ed il modello di Dally et al. 1985 che trova applicazione in numerosi problemi ingegneristici.

### **3) MODELLO MATEMATICO DI J.A. BATTJES E J.P.F.M. JANSSEN (1978) PER LA DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE ONDOSE NELLA ZONA DEI FRANGENTI -**

Il modello è stato ricavato sotto le seguenti ipotesi:

- onde casuali perpendicolari alla costa;
- onde al largo distribuite secondo la legge di Rayleigh con altezza modale  $H$ ;
- in ogni punto di profondità  $h$  tutte le sole onde di altezza superiore al valore  $H_{max}(h)$  vengono ridotte, per effetto del frangimento, a tale valore (si adotta la legge  $H_{max}=0.8 \cdot h$ );
- la dissipazione  $D$  dell'energia ondosa in ogni punto è proporzionale alla probabilità  $Q_b$  di frangimento a quella profondità (si adotta  $D = Q_b \cdot \bar{f} \cdot g \cdot H_{max}^2 / 4$ );
- validità della teoria di Airy per il trasferimento delle onde alle basse profondità;
- la frequenza media  $\bar{f} = m_1 / m_0$  sia rappresentativa dello spettro ondoso.

La profondità effettiva  $h$  differisce da quella in condizioni di quiete  $d$  a causa del sovrizzo di tempesta del livello medio del mare (*setup*)  $h$  secondo la formula:

$$h = d + h$$

Calcolando l'altezza media quadratica  $H_{rms}$  per la distribuzione delle altezze d'onda ad una generica profondità  $h$  definita come in ipotesi, essendo  $Q_b$  la probabilità di superamento dell'altezza limite  $H_{max}$ , si ottiene la relazione:

$$\frac{1 - Q_b}{Q_b} = - \frac{H_{rms}^2}{H_{max}^2}$$

Discretizzando alla differenze finite l'equazione differenziale del bilancio energetico scritta per un tratto di lunghezza  $\mathbf{D}x$  e considerando il termine dissipativo come in ipotesi si ottiene:

$$\frac{1}{8} \cdot \mathbf{g} \cdot H_{rms}^2 \cdot C_g(h) = E_l \cdot C_{gl} - \frac{Q_b \cdot \bar{f} \cdot \mathbf{g} \cdot H_{max}^2(h)}{4} \cdot \mathbf{D}x$$

dove  $\mathbf{g}$  è il peso specifico dell'acqua marina,  $E$  è l'energia,  $C_g$  è la celerità di gruppo e l'indice  $l$  caratterizza le grandezze calcolate nel primo punto dell'intervallo di discretizzazione.

Discretizzando alle differenze finite l'equazione del bilancio della quantità di moto lungo la direzione perpendicolare alla costa ed esprimendo, secondo la teoria di Airy, la componente  $S_{xx}$  lungo tale direzione del flusso della quantità di moto (*radiation stress*), calcolata al secondo punto dell'intervallo di discretizzazione posto alla profondità  $h$ , si ottiene:

$$\left( \frac{1}{8} \cdot \mathbf{g} \cdot H_{rms}^2 \right) \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{2 \cdot k \cdot h}{\sinh(2 \cdot k \cdot h)} \right) - S_{xxl} + \mathbf{g} \cdot h \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{h}_l) = 0$$

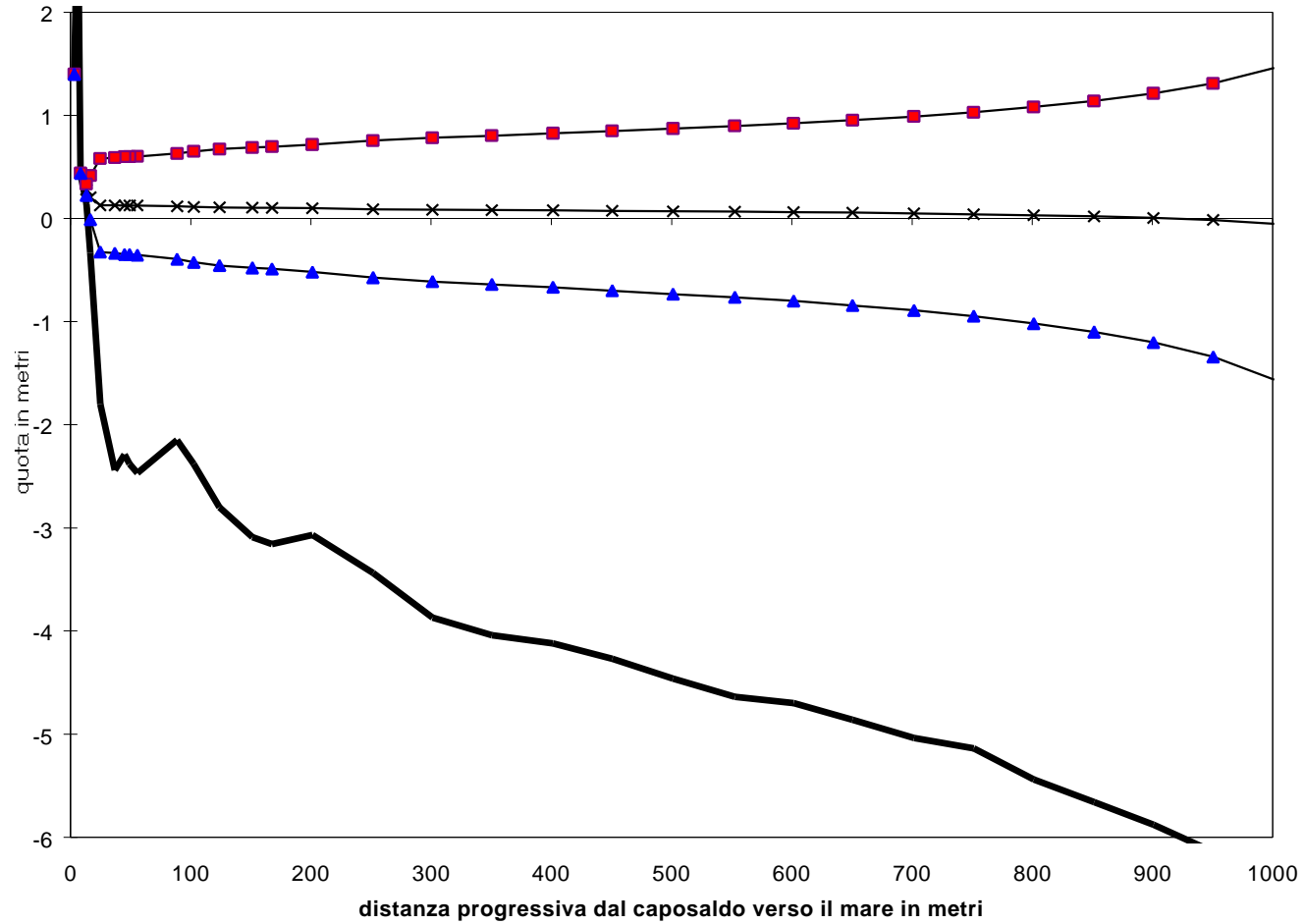
dove  $k$  è il numero d'onda.

Le quattro equazioni scritte costituiscono il sistema risolutivo del modello matematico nelle quattro incognite  $h$ ,  $Q_b$ ,  $\mathbf{h}$ ,  $H_{rms}$ .

Quindi il problema fisico della determinazione delle caratteristiche ondose nella zona dei frangenti di un dato profilo di spiaggia, si riduce, procedendo dal largo verso riva punto per punto, alla risoluzione passo-passo del problema matematico del suddetto sistema di quattro equazioni in quattro incognite.

Il grafico seguente mostra l'applicazione del modello ad un profilo della costa marchigiana.

Fig.2 - Andamento schematico del sovrizzo di tempesta e delle Hrms nella zona dei frangenti con onda al largo di  $H_s=4,50$  metri e  $T_{01}=7$  secondi. Sito di Marina di Montemarciano: profilo n.108 del rilievo di luglio 1989.



E.17

- profilo trasversale della spiaggia
- x— sovrizzo di tempesta del l.m.m.
- livello delle creste della Hrms
- ▲— livello dei cavi della Hrms

#### 4) MODELLO MATEMATICO DI DALLY PER LA DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE ONDOSE NELLA ZONA DEI FRANGENTI

Le ipotesi alla base del modello di Dally e al.(1985) per la determinazione della trasformazione di H all'interno della surf-zone per una spiaggia con pendenza costante sono:

- le onde frangenti tendono ad assumere un valore costante del rapporto  $H_s/h$ , con  $H_s$ =altezza "stabile" e cioè  $\Gamma_s=H_s/h=0.4$
- l'energia dissipata nel frangimento è proporzionale (con costante di proporzionalità K) alla differenza tra la densità d'energia locale e la densità teorica

$$\frac{\partial EC_g}{\partial x} = -\frac{K}{h} [EC_g - EC_{g_s}]$$

I parametri d'input sono perciò:

- K=costante di proporzionalità
- $\Gamma_s$ =rapporto tra H/h
- $\gamma$ =indice di frangimento

La soluzione analitica proposta da Dally per il decadimento di H è

$$\frac{H}{H_b} = \left[ \left( 1 + \alpha \left( \frac{h}{h_b} \right)^{K / \tan \beta - 1/2} - \alpha \left( \frac{h}{h_b} \right)^2 \right)^{1/2} \right]$$

dove

$$\alpha = \frac{K \Gamma_s^2 - \gamma^{-2}}{\tan \beta (5/2 - K / \tan \beta)}$$

con i valori raccomandati per K,  $\Gamma_s$  e  $\gamma$  di 0.15, 0.4 e 0.8 rispettivamente e  $H_b$  valore dell'altezza d'onda nel punto di frangimento.

#### 5) MODELLO DI J.N. VAN DER MEER

Il modello di Van der Meer non rientra nella categoria dei modelli per lo studio dell'evoluzione dei profili di spiaggia anche se risulta notevolmente efficace quando è applicato alla verifica di stabilità di un ripascimento artificiale.

Poiché tale applicazione è molto importante per il contesto marchigiano si ritiene utile descrivere brevemente le caratteristiche del modello.

Il modello di Van der Meer permette di determinare, per via numerica, la configurazione geometrica bidimensionale corrispondente alle condizioni di equilibrio del profilo trasversale della spiaggia.

L'Autore suddivide le strutture di protezione in strutture staticamente stabili e strutture dinamicamente stabili. Sono strutture staticamente stabili quelle che consentono nessuna o minime modifiche alla configurazione di progetto. Mentre le strutture dinamicamente stabili sono quelle che ammettono la modifica del profilo iniziale, sotto l'azione del moto ondoso.

La caratterizzazione delle strutture da questo punto di vista può essere fatta sulla base dei valori assunti dal parametro

$$\frac{H}{DD}$$

in cui:

$H$  = altezza d'onda spettrale

$D$  =  $\frac{\rho_s - \rho_a}{\rho_a}$  densità relativa del materiale

$D$  = diametro caratteristico del materiale

Per cui sono strutture dinamicamente stabili quelle con  $\frac{H}{DD} \geq 6$ .

Sulla base del concetto di struttura "modificabile" si può individuare, a partire da un profilo iniziale, la configurazione finale della struttura la quale si deve ritenere stabile una volta raggiunta tale posizione finale.

Van der Meer ha sviluppato un modello che consente di schematizzare il profilo dinamicamente stabile con parametri di lunghezza, altezza ed angoli, caratteristici del profilo finale.

Il modello è stato messo a punto sulla base di una serie di circa 500 prove di laboratorio su cui si è studiato il comportamento di un profilo al variare dei parametri ambientali (altezza e periodo d'onda, forma dello spettro e durata della mareggiata), della granulometria del materiale e delle pendenze del profilo stesso.

Il campo di validità delle esperienze di Van der Meer è fissato dai seguenti limiti del parametro  $\frac{H}{DD}$ :

$$6 \leq \frac{H}{DD} < 500$$

Sulla base di queste prove, l'Autore ha definito il profilo dinamicamente stabile per mezzo di una serie di elementi geometrici riferiti ad un sistema di coordinate cartesiane e legati, mediante relazioni analitiche, alle variabili del problema.

Lo schema generale del profilo di equilibrio è illustrato nella Figura 3.

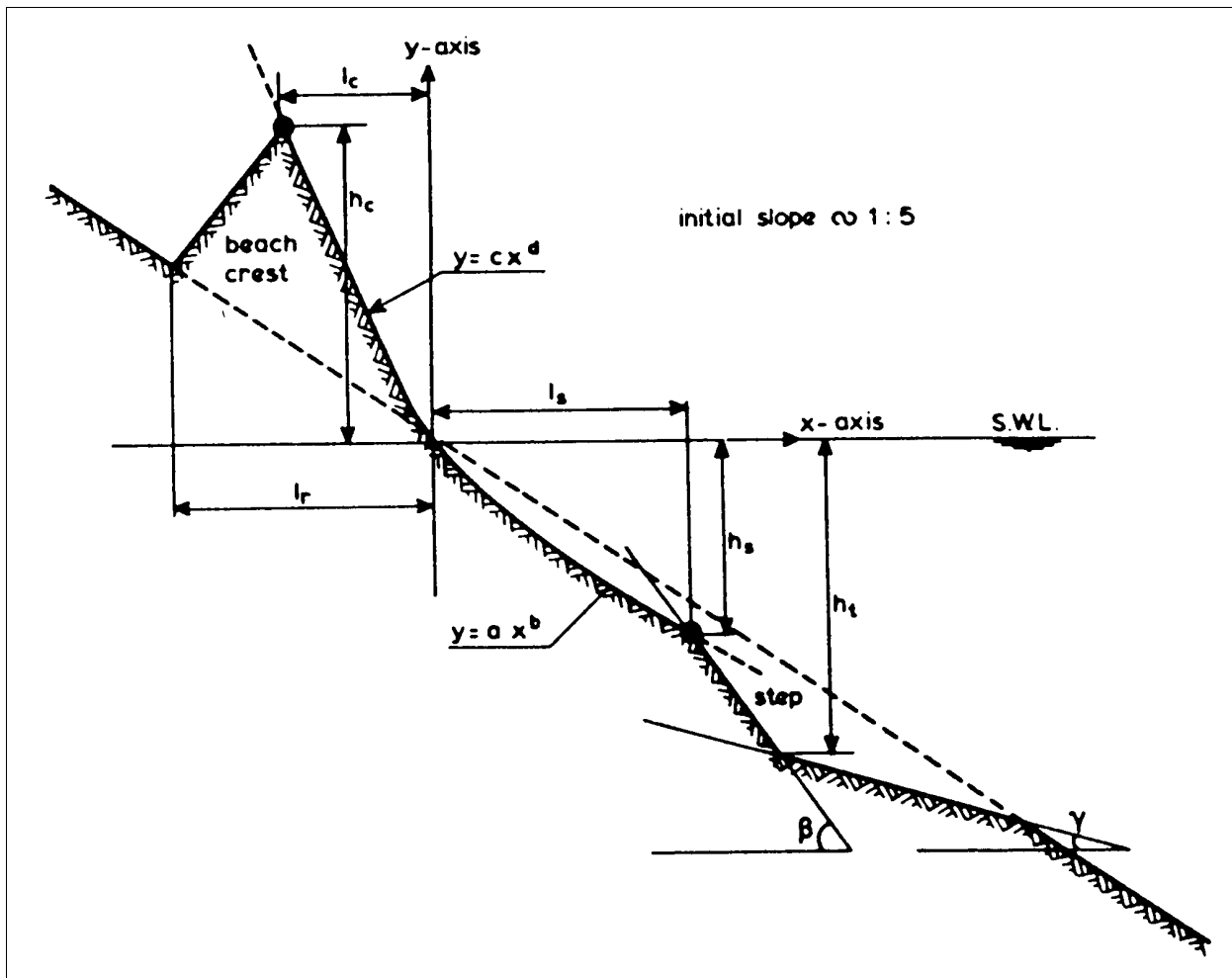


Figura 3 – Profilo dinamicamente stabile riferito a pendenza iniziale 1:5.

Le variabili di progetto (ossia le grandezze di cui bisogna conoscere i valori per ricavare il profilo della sezione trasversale) sono:

$H_s$  = altezza d'onda significativa al piede della struttura desunta dallo spettro di progetto

$T_m$  = periodo medio dello spettro assunto come spettro di progetto

$N$  = numero delle onde di una mareggiata

$D_{50}$  = diametro mediano (percentile 50%) del materiale costituente la struttura

$D$  = densità relativa del materiale

$a$  = pendenza della struttura iniziale ipotizzata

Si può quindi concludere che, una volta fissate le caratteristiche geometriche e granulometriche della struttura insieme alla mareggiata di progetto cui la struttura stessa dovrà resistere, si può stabilire come si modificherà l'opera di difesa.

Il modello di Van der Meer risulta perciò particolarmente adatto per la previsione delle modifiche subite dalla sezione trasversale di un intervento di ripascimento di una spiaggia.

La Figura 4 mostra l'applicazione del modello di Van der Meer ad un'opera di ripascimento effettuata sulla spiaggia di Montemarciano (AN).

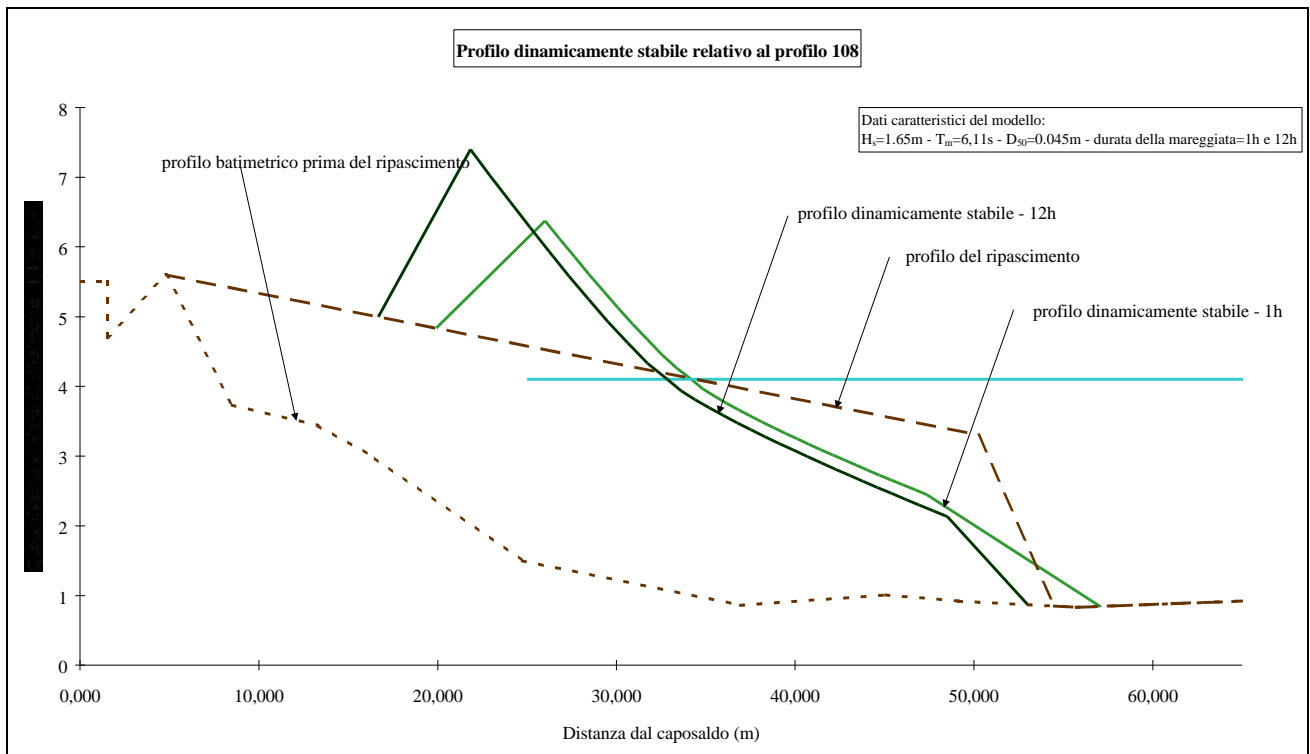


Figura 4 – Applicazione del modello di Van der Meer al ripascimento effettuato in località Montemarciano

## BIBLIOGRAFIA

Battjes, J.A., Surf zone dynamics, Department of Civil Engineering, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.

Dean, R., Dally, W.R., Dalrymple, R.A., Wave Height Variation Across Beaches of Arbitrary Profile, 1985, Journal of Geophysical Research, vol.90 NO.C6, 11.917-11.927, November 20.

Dean, R., Equilibrium Beach Profiles, 1977, U.S. Atlantic and Gulf Coasts, Ocean Eng. Rep., 12, Univ. Delaware, 1-45.

Dean, R., Applications of Equilibrium Beach Profile Concepts, 1984, Coastal Engineering Abstracts, ASCE, 140-141.

Johnson, J.W., Scale Effects in Hydraulic Models Involving Wave Motion, 1949, Trans. Amer. Geophys. Union, 30 (4), 517-525.

Kraus, N. C., Larson, M. e Kriebel, D. L., 1991, Evaluation of Beach Erosion and Accretion Predictors, Proc. Coastal Sediments '91, ASCE, 572-587.

Masselink, G., Black, K.P., 1995, Magnitude and cross shore distribution of bed return flow measured on natural beaches, Coastal Engineering 25 (1995), 165-190.

Soulsby, R., Dynamics of marine sands, 1997.

Steetzel, H.J., Cross shore transport during storm surges, 1993, Publications 476 Delft Hydraulics.

Sunamura, T., Sandy Beach Morphology Elucidated by Laboratory Modelig, 1989, Applications in Coastal Modelling, Elsevier, N.Y., 159-213.

Van Hijum, E., Equilibrium Profilees and Longshore Transport of Corse Material under Oblique Wave Attac, 1976, Proc. 15<sup>th</sup> Coastal Engineering Conference