

# **STUDI, INDAGINI, MODELLI MATEMATICI FINALIZZATI ALLA REDAZIONE DEL PIANO DI DIFESA DELLA COSTA**

**G**

## **MODELLO NUMERICO PER LE ACQUE BASSE**

Regione Marche  
Il Dirigente Servizio LL.PP.  
Dott. Ing. Libero Principi

Il Coordinatore  
Prof. Ing. Alessandro Mancinelli

## INDICE

1) <u>INTRODUZIONE</u> .....	G.1
2) <u>CONFRONTO CON SOLUZIONI ANALITICHE</u> .....	G.1
2.1) <u>Simulazione barriera su spiaggia inclinata</u> .....	G.5
2.2) <u>Linee di Sviluppo</u> .....	G.9

## 1) INTRODUZIONE

Per la valutazione del campo fluido dinamico nella regione prossima alla costa è stato sviluppato un modello numerico che permettesse di risolvere le Equazioni delle Onde in Acque Basse, che si presentano nella forma seguente:

$$\begin{cases} \left| \frac{\partial}{\partial_t} \right| (c^2) + \left| \frac{\partial}{\partial x_i} \right| [c^2 \cdot U_i] = 0 \\ \left| \frac{\partial}{\partial_t} \right| [c^2 \cdot U_i] + \left| \frac{\partial}{\partial x_i} \right| \left[ U_i \cdot c^2 \cdot U_j + \mathbf{d}_{ij} \left| \frac{1}{2} \right| (c^2)^2 \right] = 0 \end{cases}$$

In cui “c” è la celerità dell’onda mentre “d” è la profondità totale ed U il vettore delle velocità mediate sulla verticale. Il modello matematico scelto permette di considerare nel modo più efficace il frangimento dell’onda e la sua successiva propagazione all’interno del dominio di soluzione, permettendo quindi di determinare il campo fluidodinamico all’interno del dominio considerando gli effetti non lineari dovuti al suddetto frangimento.

Il modello numerico è stato certificato confrontando i risultati forniti, in termini di andamento della profondità e delle velocità, con le soluzioni analitiche disponibili in letteratura. Sono stati svolti due tipi di test, per soluzioni bidimensionali e tridimensionali.

Per i test bi-dimensionali sono state prese in considerazione le soluzioni relative a:

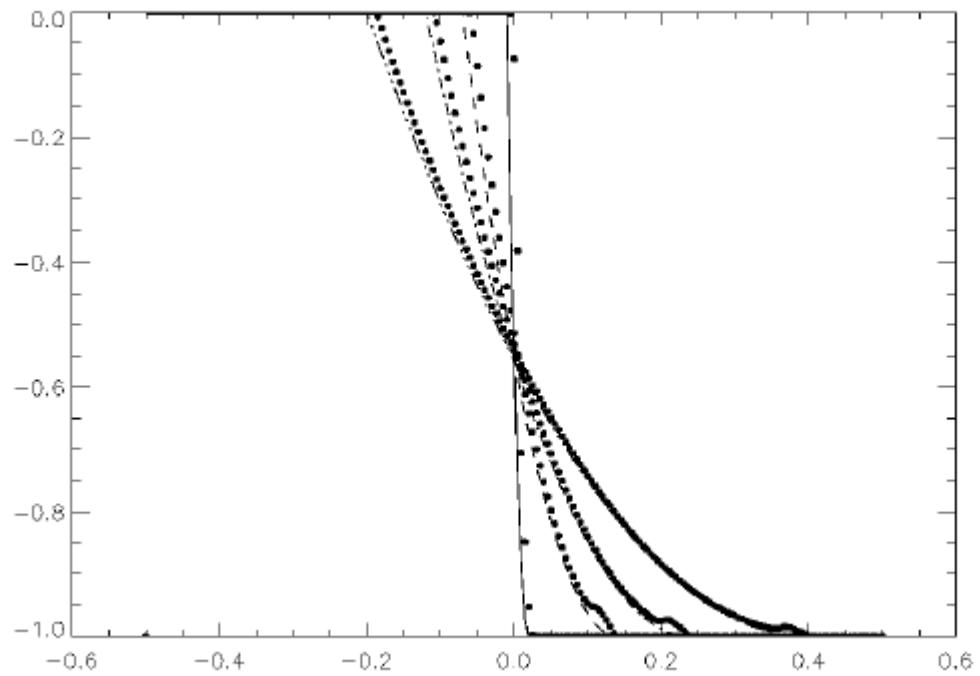
- a) collasso di una diga, quindi con a valle altezza nulla
- b) propagazione di un risalto idraulico
- c) soluzione di Carrier e Greenspan per un’onda non frangente su spiaggia inclinata

Per i test tri-dimensionali:

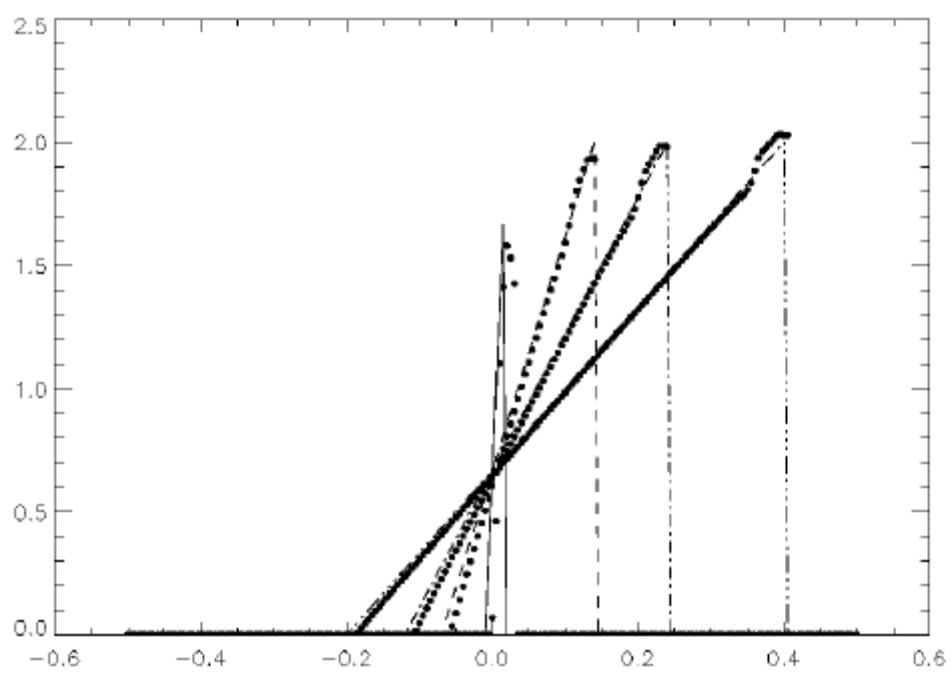
- a) soluzione di Brocchini e Peregrine per un treno d’onde, su spiaggia inclinata, con il fronte leggermente inclinato rispetto alla normale alla linea di costa.
- b) collasso di una diga con fronte inclinato di 45 gradi.

## 2) CONFRONTO CON SOLUZIONI ANALITICHE

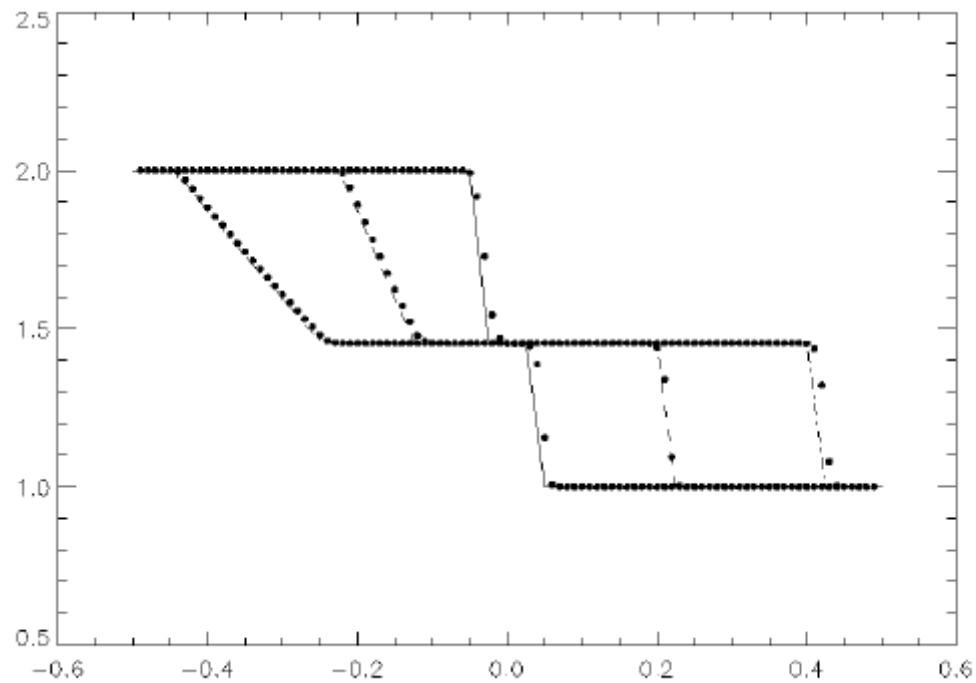
I risultati ottenuti sono riportati nei grafici seguenti, per il caso a) in termini di profondità (linea continua soluzione teorica, pallini soluzione numerica) a vari istanti temporali



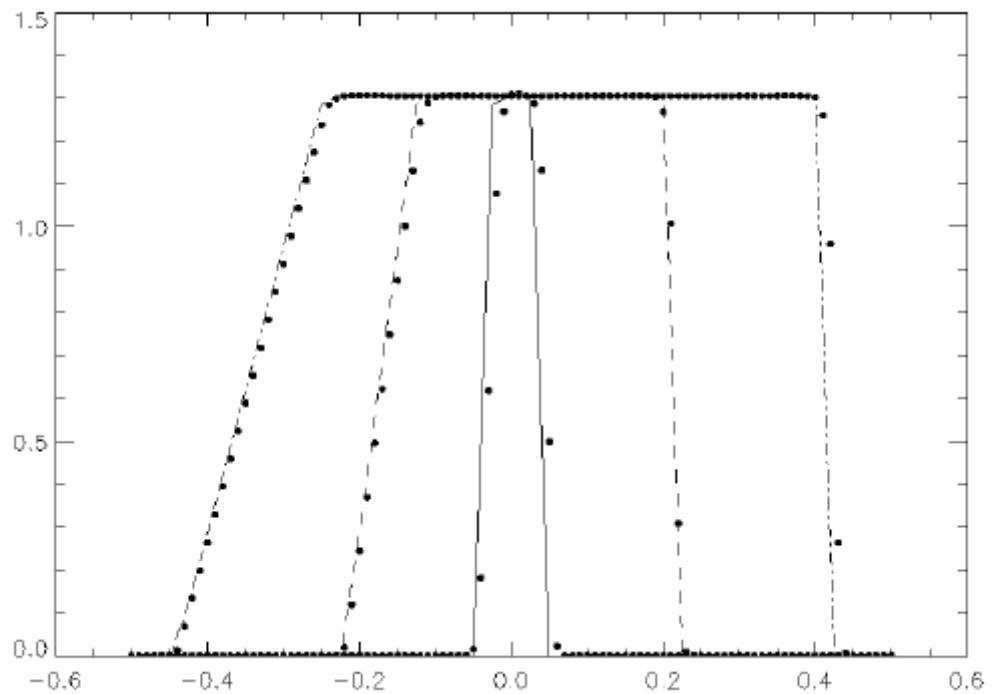
e di andamento della velocità, mediata sulla verticale, per gli stessi istanti temporali. Vale la pena precisare che i risultati ottenuti in termini di velocità sono ad un livello di accuratezza non riscontrato precedentemente in bibliografia.



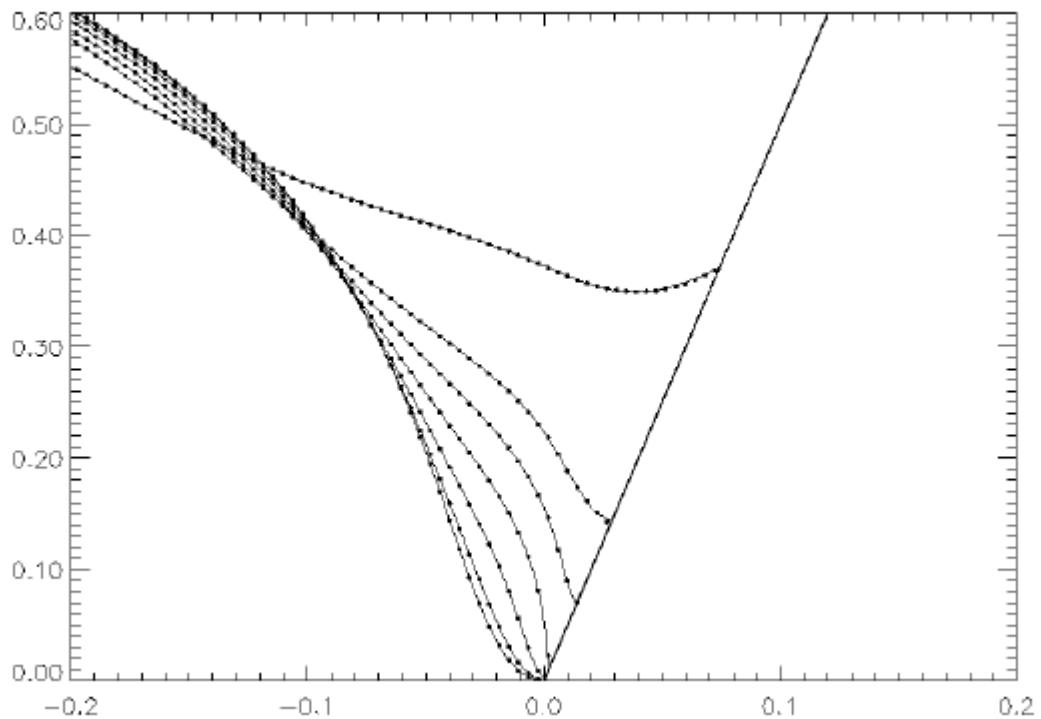
Anche per quel che riguarda il caso b) i risultati sono riportati in termini di andamento delle profondità per vari istanti temporali, con la stessa convenzione grafica.



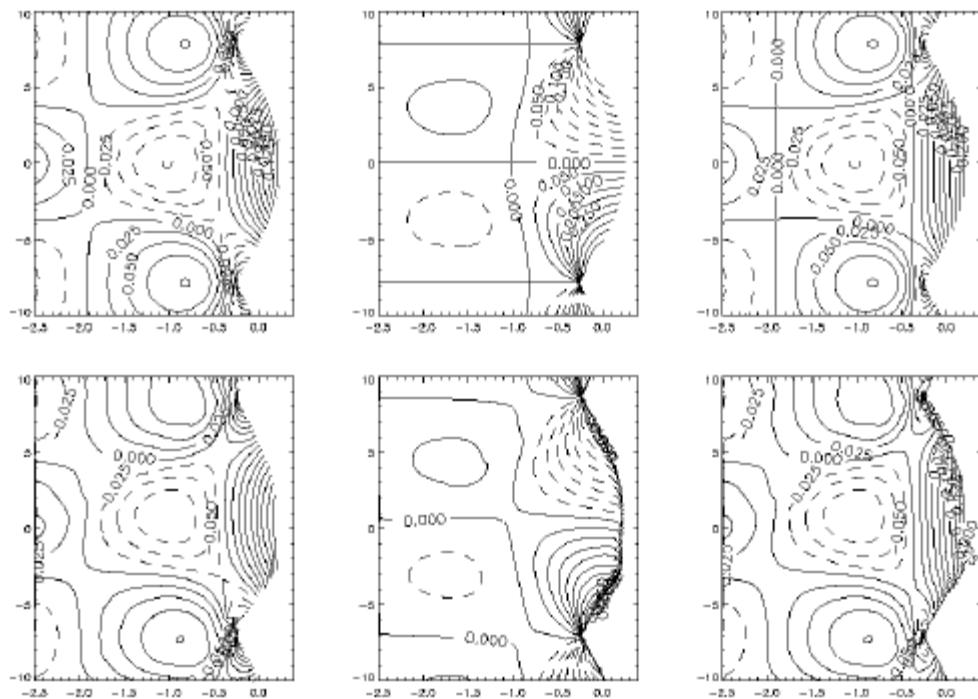
e della velocità mediata sulla verticale nella direzione del moto



Da ultimo viene riportato il grafico della superficie libera per la soluzione di Carrier-Greenspan:

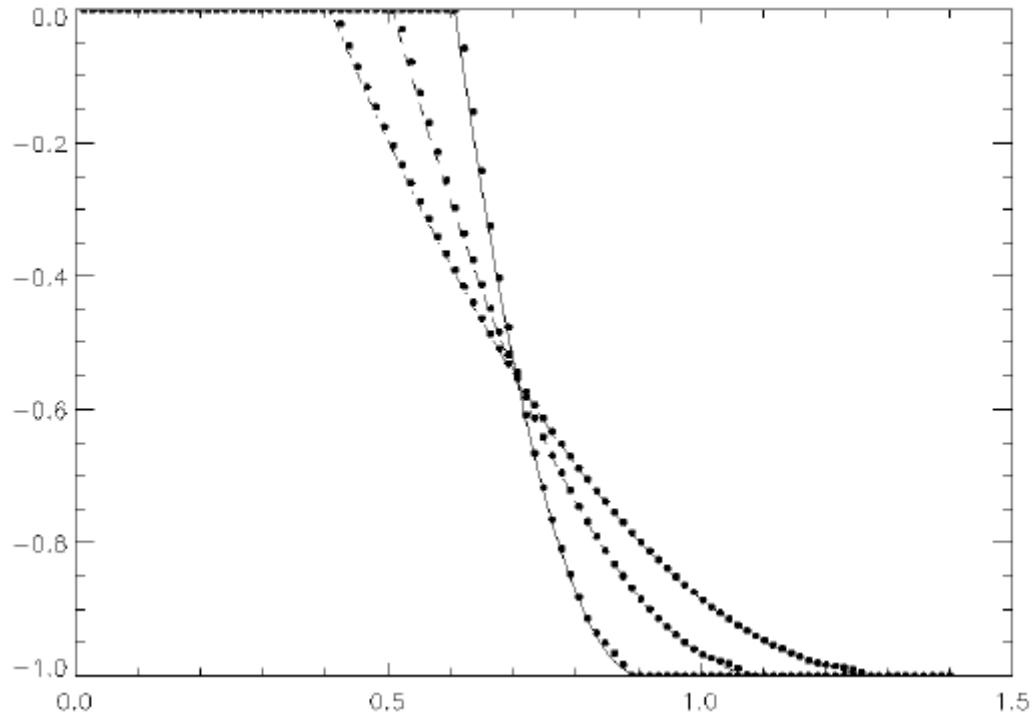


In tutti e tre i casi si è potuto riscontrare un accordo più che soddisfacente tra la soluzione numerica e quella teorica. Per quanto riguarda le analisi tridimensionali vengono riportati gli andamenti della profondità in termini di linee di livello.



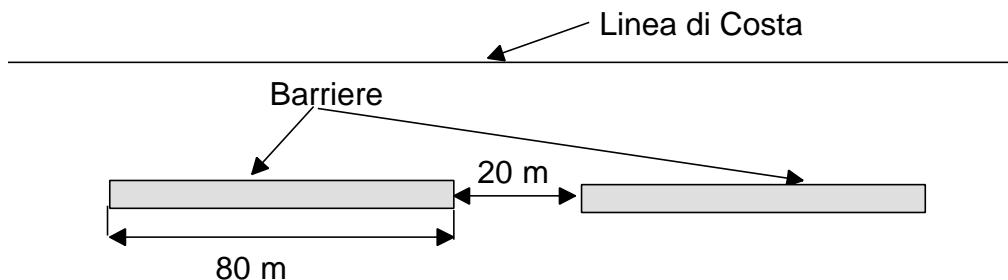
Le linee di livello della figura precedente permettono di determinare anche l'andamento in pianta, della linea di costa, cioè quello normalmente individuato come linea di battigia, anche questa

modellata con una buona accuratezza dal modello numerico. Per il caso b) tridimensionale vengono riportati gli andamenti della profondità lungo l'asse centrale del piano della diga:

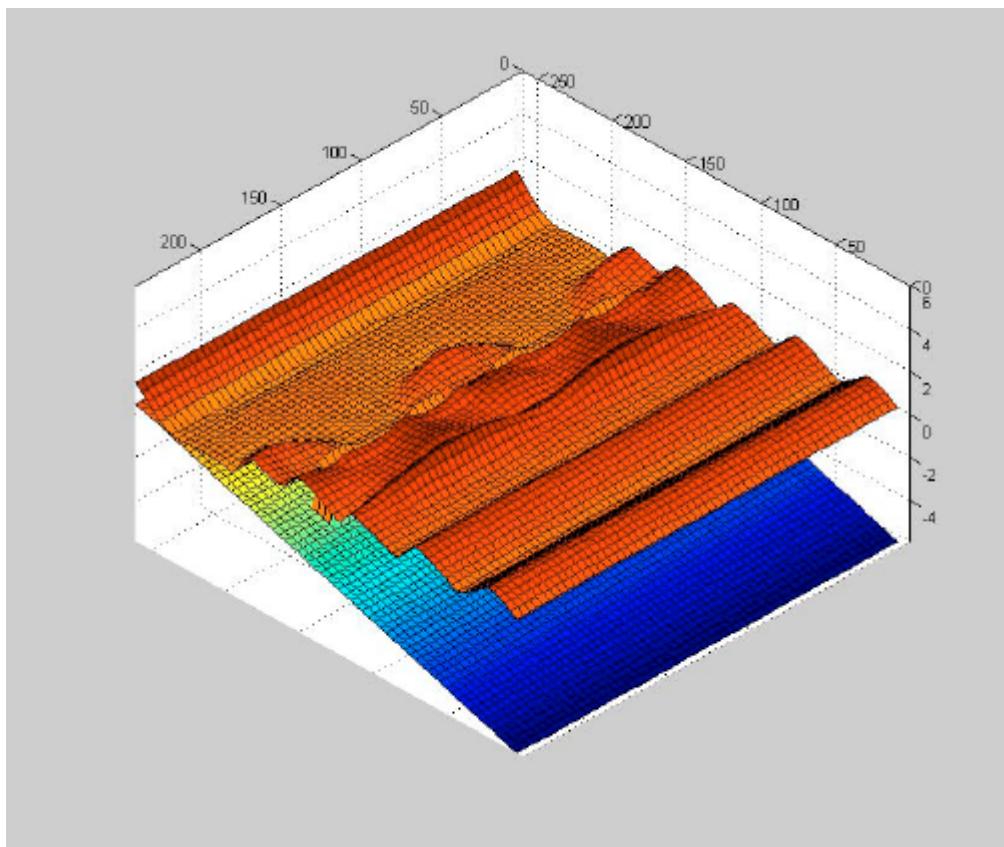


## 2.1) Simulazione barriere su spiaggia inclinata

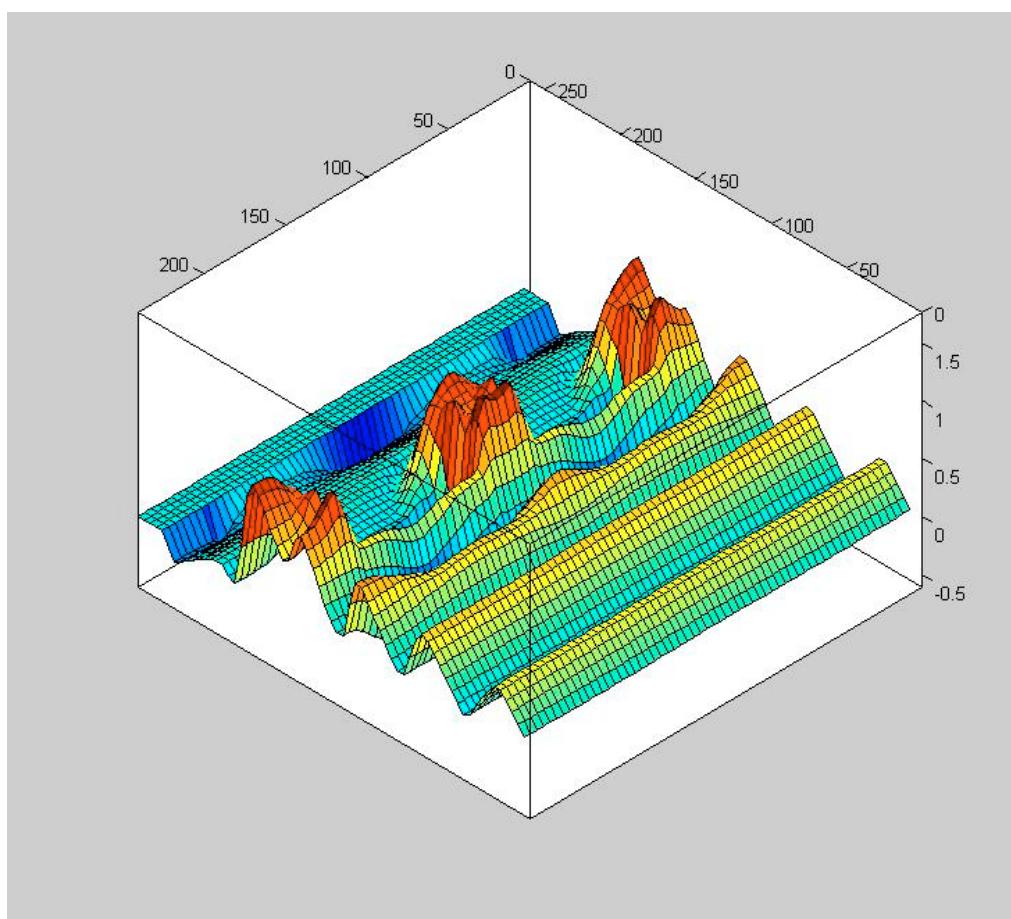
Per rendere completo il test del modello numerico è stato simulato un treno di onde, con periodo di 10 secondi, che investe una coppia di barriere emerse, completamente riflettente, su di una spiaggia debolmente inclinata. La pianta dello schema è rappresentata nella seguente figura:



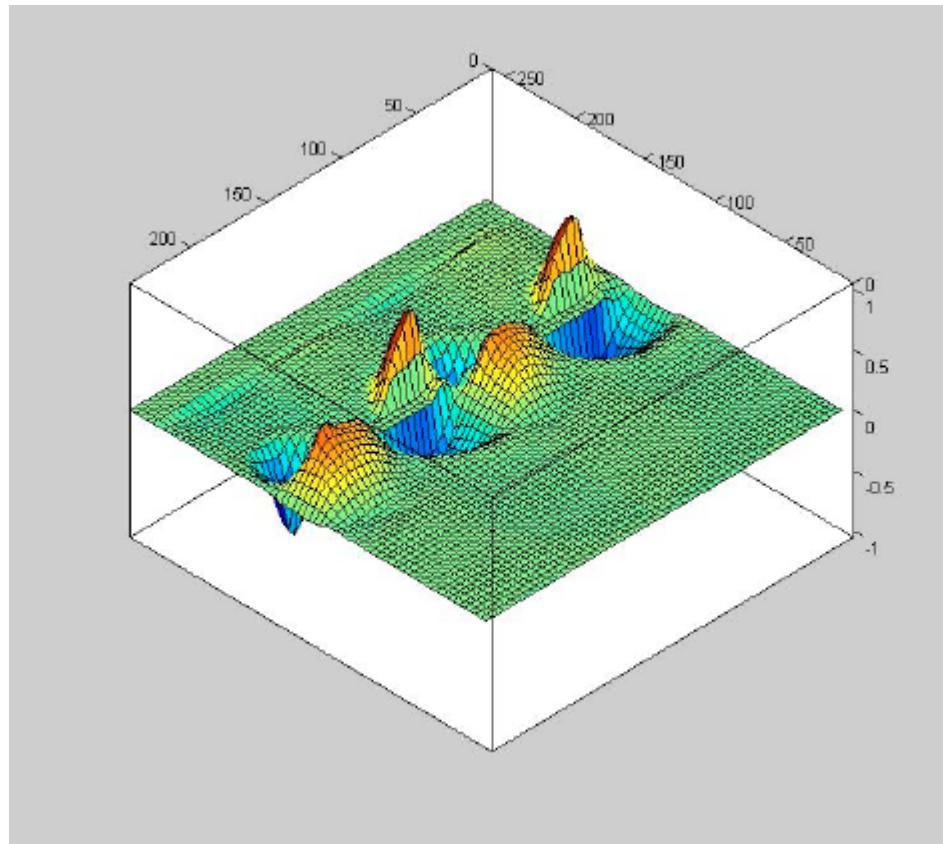
I risultati vengono mostrati come andamento dei livelli, appena dopo l'urto con le barriere:



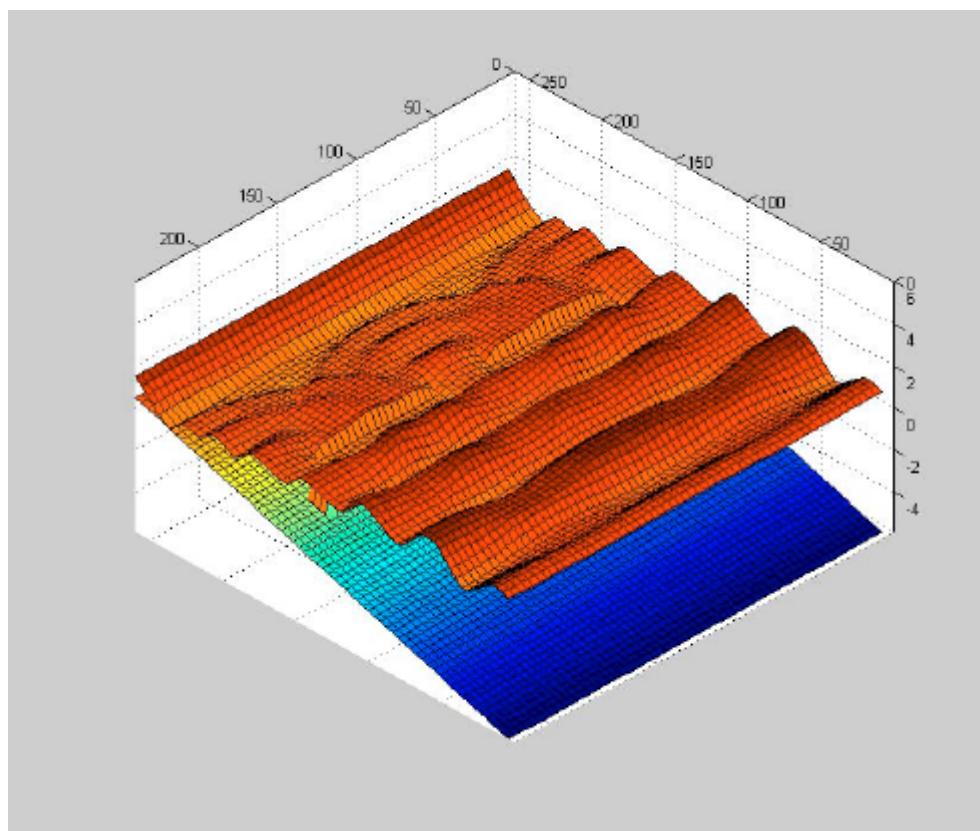
e della velocità nella direzione ortogonale alla linea di costa:



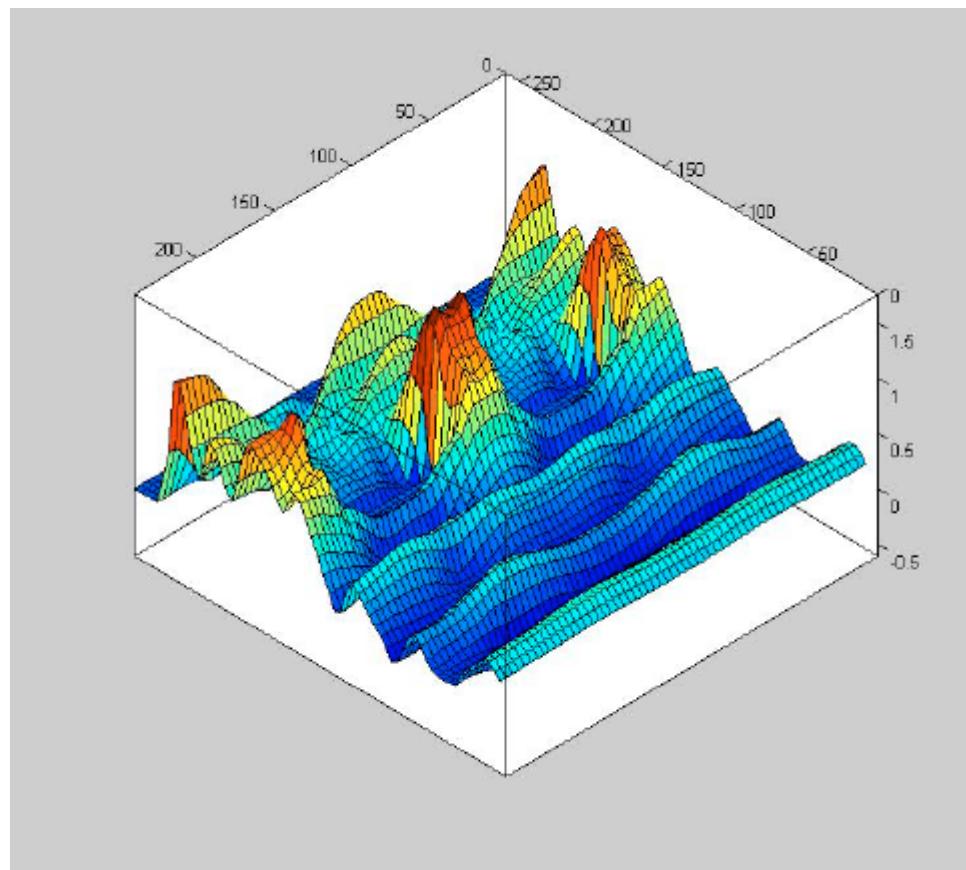
ed in quella parallela:



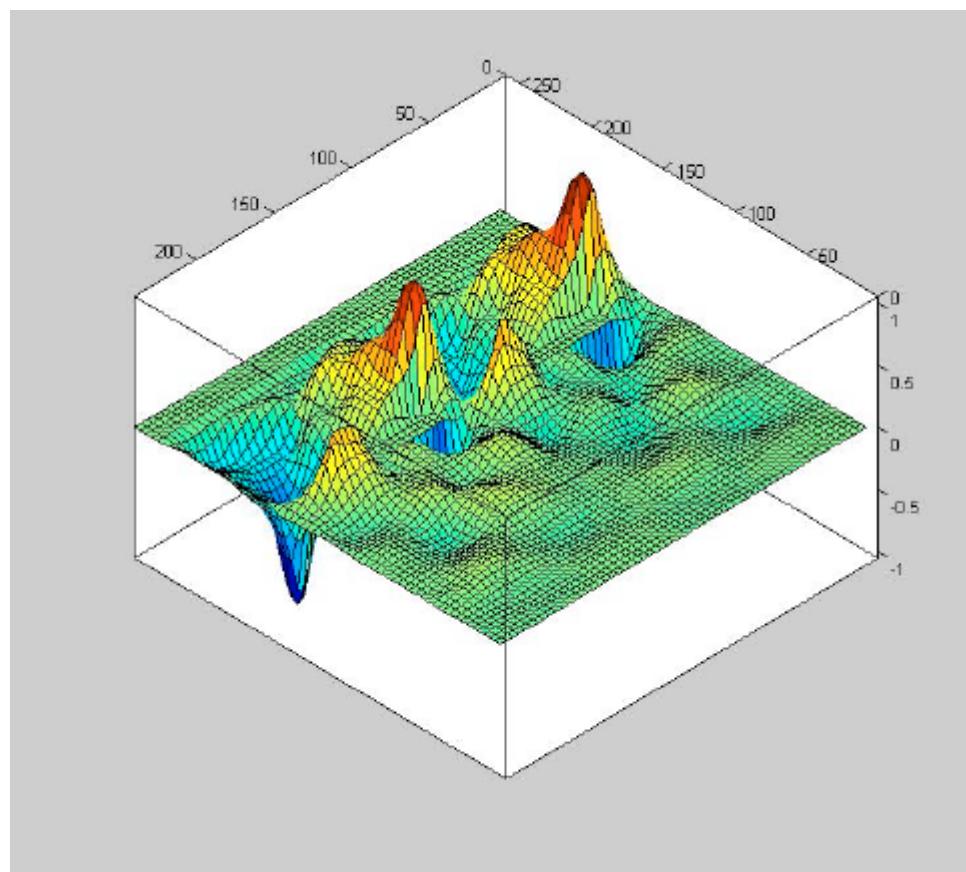
Ed allo stesso modo per un istante successivo in cui il moto nella zona protetta si sia sviluppato completamente (condizione di regime)



ed allo stesso modo per le velocità nelle due direzioni, quella ortogonale a costa:



e quella parallela:



## 2.2) Linee di Sviluppo

Il modello matematico rappresentato dall'equazione (1) prende in considerazione gli effetti non lineari dovuti al rapporto tra l'altezza d'onda e la profondità ed è quindi idoneo a descrivere il campo nelle aree prossime alla linea di costa, non è in grado di descrivere la dispersione nelle frequenze che l'onda subisce nel suo approccio dal largo alle zone costiere. Per poter applicare il modello su aree di maggior estensione è quindi necessario inglobare nel modello sviluppato anche i termini dispersivi o di Boussinesq.